

Stabilitätsuntersuchungen eines Zweistrahl-Laserinterferometers

von

Christian Korn

Bachelorarbeit in Physik
vorgelegt dem Fachbereich Physik, Mathematik und Informatik (FB 08)
der Johannes Gutenberg-Universität Mainz
am 1. April 2016

1. Gutachter: Prof. Dr. Patrick Windpassinger
2. Gutachter: Prof. Dr. Klaus Wendt

Ich versichere, dass ich die Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie Zitate kenntlich gemacht habe.

Mainz, den 31. März 2016

Christian Korn
QUANTUM
Institut für Physik
Staudingerweg 7
Johannes Gutenberg-Universität D-55099 Mainz
chkorn@students.uni-mainz.de

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	2
2. Theoretische Grundlagen	6
2.1. Definition von Phase und Frequenz	6
2.2. Ursachen für Phasenrauschen	7
2.3. Möglichkeiten zur Messung von Phasen- bzw. Frequenzrauschen	8
2.3.1. Optisches und elektronisches Mischen	9
2.3.2. Heterodyne und homodyne Detektion	12
3. Versuchsaufbau, das Mach-Zehnder-Interferometer	13
4. Messungen ohne Glasfaser	21
4.1. Berechnung der Frequenzspektren der Phasenmessung	25
4.2. Bestimmung der Allan-Varianz des Phasenrauschens	29
5. Messungen mit Glasfaser	37
6. Vergleich der Messergebnisse	41
6.1. Vergleich der Frequenzspektren	41
6.2. Vergleich der Allan-Varianzen	44
7. Zusammenfassung und Ausblick	46
A. Anhang	47
A.1. Datenblätter	47

1. Einleitung

Diese Bachelorarbeit wurde in der Arbeitsgruppe QUANTUM, Forschungsgruppe "Experimentelle Quantenoptik und Quanteninformation" von Prof. Dr. Patrick Windpassinger durchgeführt. Dort soll ein eindimensionales optisches Gitter aufgebaut werden, um ^{87}Rb -Atome zu fangen und anschließend in eine Hohlkernfaser zu führen. Diese Aufgabe hat den weltweit ersten Transport von kalten Atomen durch eine Hohlkernfaser mittels Dipolfalle als Ausgangspunkt [1]. Um den Transport besser zu kontrollieren, ist nach [2] jedoch ein optisches Gitter der Dipolfalle vorzuziehen, da durch das Gitter die Position der Atome definierter ist. Der prinzipielle Aufbau zur Erzeugung des optischen Gitters ist in Abbildung 1.1 dargestellt. Dazu dienen zwei gegenläufige Laserstrahlen, deren Frequenzen jeweils über einen akustooptischen Modulator (AOM) angepasst werden können. Beide Strahlen entstammen der gleichen Quelle. Nach den AOMs werden sie jeweils mittels Glasfaser zu einer Vakuumkammer geführt. Die Glasfasern sind Monomodenfasern, welche nur für eine Mode des Lichts durchlässig sind. Damit werden Polarisations- und Leistungsschwankungen des Strahls verhindert, die sonst als Folge der Superposition mehrerer Moden auftreten würden.

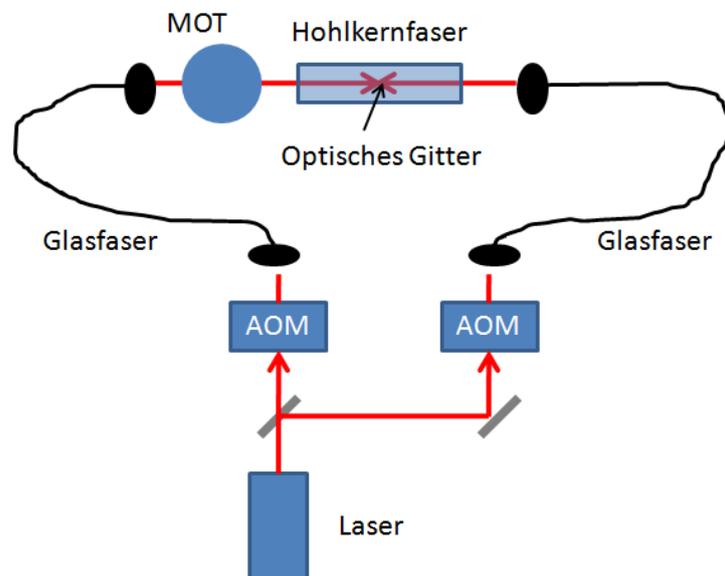


Abbildung 1.1.: stark vereinfachter Aufbau des optischen Gitters

1. Einleitung

In der Vakuumkammer befindet sich die Hohlkernfaser, welche nur bestimmte Wellenlängen des Lichts leitet und innerhalb derer die Laserstrahlen überlagert werden, um das optische Gitter zu bilden. An einem Ende werden die ^{87}Rb -Atome in einer Magneto-optischen Falle (“Magneto-optical Trap” MOT) gefangen und anschließend durch Verschieben des optischen Gitters in die Hohlkernfaser geführt.

Die Intensitäten der beiden Laserstrahlen und folglich auch die Amplituden ihrer elektrischen Felder müssen gleich sein, um die Atome optimal halten zu können. Zur mathematischen Beschreibung des optischen Gitters [3], werden die elektrischen Felder der beiden Strahlen im Folgenden als komplexe Funktionen beschrieben. Nehme ohne Beschränkung der Allgemeinheit an, dass die Ausbreitung der Strahlen im Raum entlang der z-Achse erfolgt.

Elektrisches Feld Strahl 1:

$$\vec{E}_1(z, t) = \vec{E}_0 \cdot e^{i \cdot (k_1 \cdot z - \omega_1 \cdot t - \varphi_1)}$$

Elektrisches Feld des zu Strahl 1 gegenläufigen Strahl 2:

$$\vec{E}_2(z, t) = \vec{E}_0 \cdot e^{i \cdot (-k_2 \cdot z - \omega_2 \cdot t - \varphi_2)}$$

Darin sind \vec{E}_0 die Amplitude $k_{1/2}$ die jeweiligen Wellenzahlen, $\omega_{1/2}$ die entsprechenden Kreisfrequenzen und $\varphi_{1/2}$ die jeweiligen Phasenanteile. Die Ortskoordinate ist durch z und die Zeitkoordinate durch t gegeben. Wellenzahlen und Kreisfrequenzen sind durch folgende Gleichung verbunden.

$$k_{1/2} = \frac{\omega_{1/2}}{c} \tag{1.1}$$

Mit der Lichtgeschwindigkeit c . Beide Felder überlagern sich zum Gesamtfeld.

$$\vec{E}_{ges}(z, t) = \vec{E}_1(z, t) + \vec{E}_2(z, t)$$

Die Intensität $I(z, t)$ des Feldes ist wiederum proportional zu dessen Betragsquadrat.

$$I(z, t) \propto |\vec{E}_{ges}(z, t)|^2$$

Daraus folgt für die räumliche und zeitliche Intensitätsverteilung des optischen Gitters:

$$I(z, t) = \frac{I_0}{2} \cdot (1 + \cos((k_1 + k_2) \cdot z + \Delta\omega \cdot t + \Delta\varphi))$$

I_0 ist die maximale Intensität, $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ ist die Differenz der Kreisfrequenzen und $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ die Differenz der Phasenanteile. Die Atome bilden im äußeren elektrischen Feld der beiden Laserstrahlen einen Dipol, dessen potentielle Energie E_{pot} antiproportional zur Intensität des Feldes ist. Für die potentielle Energie der Atome gilt entsprechend:

$$E_{pot}(z, t) = -\frac{\varepsilon}{2} \cdot (1 + \cos((k_1 + k_2) \cdot z + \Delta\omega \cdot t + \Delta\varphi)) \tag{1.2}$$

1. Einleitung

Atome sammeln sich in den Minima der potentiellen Energie, welche aufgrund des Kosinus in periodischen Abständen entlang der z -Achse folgen, siehe Abbildung 1.2. Die Frequenzen ω_1 und ω_2 der Laserstrahlen bestimmen die Wellenzahlen k_1 und k_2 und somit die räumliche Periodizität. Aufgrund dieser bilden die beiden Laserstrahlen ein optisches Gitter. Verstimmt man die Strahlen gegeneinander, so ist $\omega_1 \neq \omega_2$ bzw. $k_1 \neq k_2$ und folglich $\Delta\omega \neq 0 \text{ s}^{-1}$, was zu einer zeitlichen Verschiebung des Gitters entlang der z -Achse führt. Dadurch können die Atome gezielt in negative bzw. positive z -Richtung bewegt werden. Dies wird verwendet, um die Atome in die Hohlkernfaser zu führen.

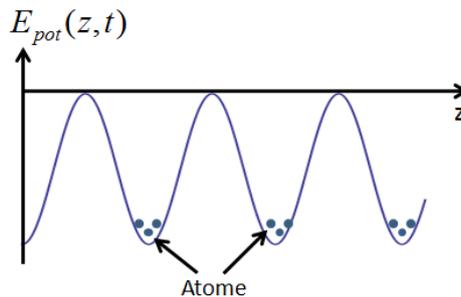


Abbildung 1.2.: schematischer Verlauf der potentiellen Energie des optischen Gitters entlang der z -Achse

Das Gitter ist nach Gleichung 1.2 abhängig von der Frequenz und der Phase der beiden Teilstrahlen. Daher wird Frequenz- bzw. Phasenrauschen, verursacht durch thermische und akustische Schwingungen der optischen Bauteile (besonders der Glasfasern), das Verhalten des Gitters beeinflussen. Durch das Rauschen variiert die Größe $\Delta\varphi$ zeitlich unkontrolliert. In Folge dessen kommt es zu einer spontanen Verschiebung des Gitters entlang der z -Achse. Um dies zu verhindern, muss mit einer Regelungsschaltung das Rauschen unterdrückt werden, indem die Phasendifferenz zwischen beiden Teilstrahlen näherungsweise konstant gehalten wird (Phasenstabilisierung). Damit die Regelungselektronik an das vorliegende Problem angepasst werden kann, ist es nötig das Rauschen zu quantifizieren. Dies ist die Aufgabe dieser Bachelorarbeit.

Dazu baute ich ein Interferometer zunächst ohne und danach mit Glasfaser auf, um das jeweilige Rauschen und dessen Änderung mit dem Hinzufügen der Glasfaser zu messen. Aus den Messergebnissen berechnete ich die zugehörigen Frequenzspektren und Allan Varianzen. Damit daraus entsprechende Schlüsse gezogen werden können, werden in Kapitel 2 die theoretischen Grundlagen behandelt. Diese betreffen die Definition von Frequenz und Phase, die Ursachen des Signalrauschens und die Möglichkeiten der Signalaufbereitung zur Messung des Rauschens. Kapitel 3 befasst sich mit meiner Suche nach einem geeigneten Messaufbau. In Kapitel 4 beschreibe ich die Messungen ohne Glasfaser und gehe dabei auch auf die Prinzipien der Schnellen Fourier-Transformation (FFT) zur Berechnung der Frequenzspektren ein. Kapitel 5 beinhaltet die Messungen mit Glasfaser und in Kapitel 6 vergleiche ich die Ergebnisse aus den beiden vorherigen.

1. Einleitung

Zusätzliche beschrieb ich noch die Allan-Varianz und ihre Bedeutung und vergleiche einander entsprechende Allan-Varianzen der Messungen mit und ohne Glasfaser. Am Ende wird in Kapitel 7 festgehalten, welche Schlüsse aus den Ergebnissen dieser Bachelorarbeit gezogen werden können und wie diese gegebenenfalls helfen die passenden Komponenten für die Regelungsschaltung zu wählen.

2. Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel beschäftige ich mich mit der Definition von Phase und Frequenz sowie den Ursachen des Phasenrauschens. Darüber hinaus ist es erforderlich zu wissen, wie das Messsignal gewonnen und aufbereitet werden muss, um das Phasenrauschen messen zu können. Dies sind grundlegende Prinzipien welche bestimmen, wie der Messaufbau zur Quantifizierung des Phasenrauschens aussehen muss.

2.1. Definition von Phase und Frequenz

Um das Verhalten des optischen Gitters in Abhängigkeit von Frequenz und Phase der Teilstrahlen beschreiben zu können, ist es zunächst notwendig zu betrachten, wie Phase und Frequenz allgemein definiert sind und wie sie zusammenhängen. Dazu halte ich mich an die Quellen [4, 5, 6]. Wenn man von einem annähernd harmonischem Signal ausgeht, lässt sich der zeitliche Signalverlauf wie folgt angeben:

$$A(t) = A_0 \cdot \cos(\Phi(t))$$

Darin ist A_0 die Amplitude, t ist die Zeitkoordinate und $\Phi(t)$ ist die momentane Phase. Diese bestimmt die Auslenkung der Oszillation und kann wie folgt definiert werden.

$$\Phi(t) = \omega_0 \cdot t + \varphi(t)$$

ω_0 beschreibt die lineare Abhängigkeit der Phase von der Zeit und ist folglich die mittlere Rate, mit der sich die Phase zeitlich ändert. Im Phasenanteil $\varphi(t)$ sind eine mögliche Konstante und Zeitabhängigkeiten höherer Ordnung enthalten. Im Idealfall ist $A(t)$ ein rein harmonisches Signal und $\varphi(t)$ ist zeitunabhängig $\varphi(t) = \varphi_0 = \text{konst.}$

Die Kreisfrequenz $\omega(t)$ ist definiert als die zeitliche Änderung der Phase.

$$\omega(t) = \dot{\Phi}(t) = \omega_0 + \dot{\varphi}(t)$$

Bei einem rein harmonischen Signal und damit konstantem $\varphi(t)$ ist $\dot{\varphi}(t) = \dot{\varphi}_0 = 0$ und $\omega(t) = \omega_0$. Folglich ist ω_0 die zeitlich konstante Kreisfrequenz des harmonischen Signalanteils. $\dot{\varphi}(t)$ ist die zeitabhängige Schwankung der Frequenz. Phasenrauschen führt zu einer zeitlichen Fluktuation von $\varphi(t)$ und über $\dot{\varphi}(t)$ auch zu einer zeitabhängigen Schwankung der Frequenz $\omega(t)$. Phasen- bzw. Frequenzrauschen sind damit nicht eindeutig voneinander zu trennen. $\dot{\varphi}(t)$ verursacht eine Unschärfe der Frequenz ω_0 und als Folge dessen im Frequenzspektrum zu einer Verbreiterung der zugehörigen Spektrallinie. Vergleicht man dies mit Ausdruck 1.2 auf Seite 3, so enthält $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ die

2. Theoretische Grundlagen

Kreisfrequenzen ω_1 und ω_2 der jeweiligen Teilstrahlen. Diese beschreiben die zeitliche, harmonische Schwingung der Strahlen und entsprechen daher dem hier verwendeten ω_0 . $\Delta\varphi = \Delta\varphi(t) = \varphi_2(t) - \varphi_1(t)$ beinhaltet die zeitlichen Phasenschwankungen $\varphi_1(t)$ und $\varphi_2(t)$ der Strahlen. Die eigentliche Frequenz $\nu(t)$ erhält man aus der Kreisfrequenz $\omega(t)$ durch:

$$\nu(t) = \frac{\omega(t)}{2\pi}$$

2.2. Ursachen für Phasenrauschen

In optischen Aufbauten durchdringt das Licht verschiedene Medien, wie die Luft zwischen oder das Glas von optischen Bauteilen. Diese Medien besitzen jeweils einen eigenen Brechungsindex n mit $|n| \geq 0$, welcher berücksichtigt, dass sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichts beim Durchgang durch das Medium verlangsamt [7]. Dies geschieht durch Wechselwirkung des elektrischen Feldes der Lichtwelle mit den Elektronenhüllen der Atome im Medium. Statt mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit c_0 bewegt sich das Licht im Medium mit der folgenden, geringeren Geschwindigkeit:

$$c = \frac{c_0}{n}$$

Setzt man dies in Gleichung 1.1 auf Seite 3 ein, so ergibt sich daraus für die Wellenzahl \tilde{k} im optischen Medium

$$\tilde{k} = k_0 \cdot n,$$

wobei $k_0 = \omega_0/c_0$ die Wellenzahl im Vakuum ist. Die elektrische Feldstärke des Lichts nach Durchgang durch das Medium, geschrieben als komplexe Funktion, ist:

$$\vec{E}(l, t) = \vec{E}_0 \cdot e^{i(\tilde{k}l - \omega_0 t - \varphi_0)} = \vec{E}_0 \cdot e^{i(k_0 n l - \omega_0 t - \varphi_0)}$$

Darin ist l die Länge der Strecke der Lichtwelle durch das brechende Medium. Der Brechungsindex n ist im Allgemeinen eine komplexe Zahl [7]:

$$n = n_0 + i \cdot \kappa$$

Der imaginäre Anteil κ kommt durch die Übertragung von Energie des elektrischen Feldes auf das Medium aufgrund der Oszillation der Elektronenhüllen der Atome zu Stande. Setzt man n in die Gleichung für das elektrische Feld ein, so erhält man:

$$\vec{E}(l, t) = \vec{E}_0 \cdot \underbrace{e^{-k_0 \cdot \kappa \cdot l}}_{\text{Absorption}} \cdot \exp \left(i \cdot \left(\underbrace{k_0 \cdot n_0 \cdot l}_{\text{Phasenversch.}} - \omega_0 \cdot t - \varphi_0 \right) \right)$$

Der imaginäre Anteil κ des Brechungsindex bewirkt Absorption, das Abklingen der Amplitude \vec{E}_0 mit zunehmender Strecke l durch das Medium, während der Realteil n_0 zu einer Phasenverschiebung führt. Dichteschwankungen im Medium, verursacht

2. Theoretische Grundlagen

durch Schallwellen und thermische Schwingungen der Atome in Verbindung mit Temperaturschwankungen, sowie verschiedene optische Medien ergeben einen vom Ort z und von der Zeit t abhängigen Brechungsindex $n(z, t) = n_0(z, t) + i \cdot \kappa(z, t)$. Dieser ändert sich daher beim Durchgang des Lichts durch die Medien fortlaufend. Man kann jedoch annehmen, dass sich das Licht in einer viel kürzeren Zeit durch die Medien bewegt als die Größe der Zeitskala, auf der die Schwankung des Brechungsindex stattfindet. Folglich ist in guter Näherung bei der anschließenden Integration nur die Ortsabhängigkeit des Brechungsindex zu einem bestimmten Zeitpunkt relevant.

$$\vec{E}(l, t) = \vec{E}_0 \cdot \underbrace{\exp\left(-k_0 \cdot \int_0^{l(t)} \kappa(z, t) dz\right)}_{\text{zeitl. schwankende Absorption}} \cdot \exp\left(i \cdot \left(\underbrace{k_0 \cdot \int_0^{l(t)} n_0(z, t) dz}_{\text{zeitabh. Phasenänderung}} - \omega_0 \cdot t - \varphi_0 \right)\right)$$

Man kann nun die zeitabhängige Amplitude $\vec{E}_A(t)$ und den zeitabhängigen Phasenanteil $\varphi(t)$ definieren. Letzterer verursacht das Phasenrauschen.

Die Definition der zeitabhängigen Amplitude ist:

$$\vec{E}_A(t) = \vec{E}_0 \cdot \exp\left(-k_0 \cdot \int_0^{l(t)} \kappa(z, t) dz\right)$$

Der zeitabhängige Phasenanteil $\varphi(t)$ lautet wie folgt:

$$\varphi(t) = \varphi_0 - k_0 \cdot \int_0^{l(t)} n_0(z, t) dz$$

Abschließend ergibt sich damit für das elektrische Feld nach Durchgang durch die Medien:

$$\vec{E}(t) = \vec{E}_A(t) \cdot e^{-i \cdot (\omega_0 \cdot t + \varphi(t))} \quad (2.1)$$

2.3. Möglichkeiten zur Messung von Phasen- bzw. Frequenzrauschen

Die Frage ist nun, wie die Intensität des Laserstrahls zu messen ist und wie das gewonnene Messsignal verarbeitet werden muss, um zum einen das Frequenzspektrum des Laserlichts zu bestimmen und zum anderen die zeitliche Fluktuation der Phase. Gemessen werden können nur Intensitäten. Eine direkte Messung der Lichtintensität $I(t)$ des Strahls ist jedoch nicht sinnvoll. Denn nach

$$I(t) \propto |\vec{E}(t)|^2$$

erhält man, wenn man Gleichung 2.1 einsetzt:

2. Theoretische Grundlagen

$$I(t) \propto |\vec{E}_A(t)|^2$$

Man würde nur die zeitliche Variierung der Amplitude des elektrischen Feldes messen. Die Informationen der Frequenz und der Phase gingen verloren. Die folgenden Abschnitte behandeln Möglichkeiten zur Signalaufbereitung, um dies zu verhindern.

2.3.1. Optisches und elektronisches Mischen

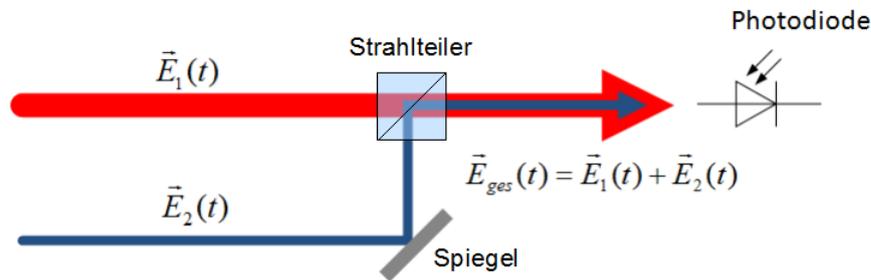


Abbildung 2.1.: optisches Mischen durch Überlagerung zweier Strahlen in die gleiche Richtung und anschließende Messung der Intensität

Betrachtet werden die elektrischen Felder $\vec{E}_1(t)$ und $\vec{E}_2(t)$ zweier Laserstrahlen, welche die gleiche Amplitude \vec{E}_0 und unterschiedliche Frequenzen ω_1 und ω_2 besitzen. Beim optischen Mischen werden beide Strahlen in die gleiche Richtung geführt und überlagert, siehe Abbildung 2.1.

Elektrische Feldstärke von Strahl 1:

$$\vec{E}_1(t) = \vec{E}_0 \cdot e^{-i \cdot (\omega_1 \cdot t + \varphi_1(t))}$$

Elektrische Feldstärke von Strahl 2:

$$\vec{E}_2(t) = \vec{E}_0 \cdot e^{-i \cdot (\omega_2 \cdot t + \varphi_2(t))}$$

Beide Felder addieren sich zum Gesamtfeld $\vec{E}_{ges}(t)$:

$$\vec{E}_{ges}(t) = \vec{E}_1(t) + \vec{E}_2(t) = 2 \cdot \underbrace{\vec{E}_0 \cdot \cos\left(\frac{\Delta\omega \cdot t + \Delta\varphi(t)}{2}\right)}_{\text{Amplitudenmodulation}} \cdot e^{-i \cdot (\bar{\omega} \cdot t + \bar{\varphi}(t))} \quad (2.2)$$

Darin ist $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ die Kreisfrequenzdifferenz und $\Delta\varphi(t) = \varphi_2(t) - \varphi_1(t)$ die Phasendifferenz zwischen beiden Teilstrahlen. $\bar{\omega} = (\omega_2 + \omega_1)/2$ ist die mittlere Kreisfrequenz und $\bar{\varphi}(t) = (\varphi_2(t) + \varphi_1(t))/2$ die mittlere Phase. Beim Gesamtfeld handelt es

2. Theoretische Grundlagen

sich um eine so genannte Schwebung [7]. Das wird durch Abbildung 2.2 veranschaulicht. Die Kosinusfunktion oszilliert langsamer als die komplexe Exponentialfunktion mit der Frequenz $\Delta\omega/2 < \bar{\omega}$. Dies führt zu einer Amplitudenmodulation, welche in Abbildung 2.2 als Einhüllende durch gestrichelte schwarze Linien dargestellt ist. Die komplexe Exponentialfunktion beschreibt die Oszillation des Feldes mit der höheren Trägerfrequenz $\bar{\omega}$ innerhalb der Einhüllenden.

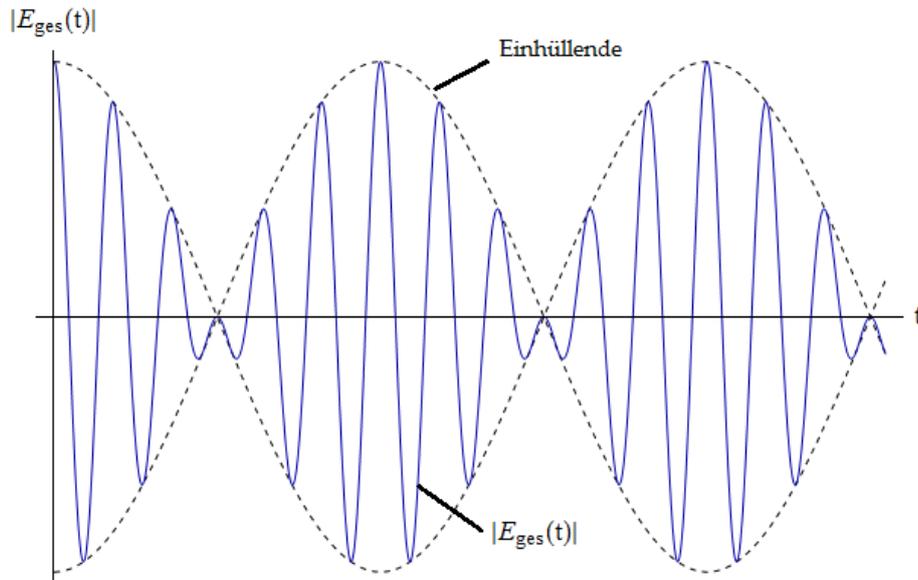


Abbildung 2.2.: Zeitabhängigkeit der elektrischen Gesamtfeldstärke einer Schwebung

Die Photodiode wandelt das elektrische Feld der überlagerten Laserstrahlen in ein zur Intensität $I(t)$ des Feldes proportionales Spannungssignal $U(t)$ um.

$$U(t) \propto I(t) \propto |\vec{E}_{ges}(t)|^2$$

Daraus erhält man für das Spannungssignal der Photodiode:

$$U(t) = \frac{U_0}{2} \cdot [1 + \cos(\Delta\omega \cdot t + \Delta\varphi(t))]$$

Ist die Photodiode zusätzlich AC-gekoppelt, das heißt eine an die Diode angeschlossene Schaltung lässt nur den Wechselspannungsanteil des Signals passieren, so erhält man:

$$U(t) = \hat{U} \cdot \cos(\Delta\omega \cdot t + \Delta\varphi(t))$$

Darin ist $\hat{U} = U_0/2$ die Spannungsamplitude. Über diesen Zusammenhang kann das Phasenrauschen $\varphi(t)$ gemessen werden. Darauf werde ich noch im Abschnitt 2.3.2 näher eingehen.

Beim elektronischen Mischen erzeugt ein Mischer eine Ausgangsspannung $U_{Mix}(t)$, welche proportional zum Produkt der beiden Eingangsspannungssignale $U_1(t)$ und

2. Theoretische Grundlagen

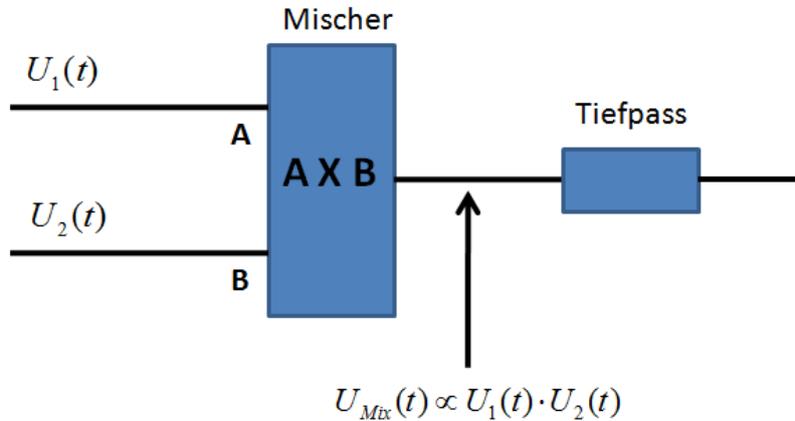


Abbildung 2.3.: elektronisches Mischen durch Multiplikation zweier Spannungssignale

$U_2(t)$ ist. Dies wird in Abbildung 2.3 gezeigt. Seien die beiden Eingangsspannungen durch

$$U_1(t) = \hat{U}_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_1(t))$$

und

$$U_2(t) = \hat{U}_2 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t + \varphi_2(t))$$

gegeben, mit den Amplituden \hat{U}_1 und \hat{U}_2 . Dann erhält man für die Ausgangsspannung des Mixers:

$$U_{Mix}(t) = \frac{\hat{U}_{Mix}}{2} \cdot [\cos((\omega_2 + \omega_1) \cdot t + \varphi_2(t) + \varphi_1(t)) + \cos(\Delta\omega \cdot t + \Delta\varphi(t))]$$

Hier haben $\Delta\omega$ und $\Delta\varphi(t)$ die gleiche Bedeutung wie in Gleichung 2.2 auf Seite 9. Der Tiefpass wiederum unterdrückt den hochfrequenten Anteil der Spannung mit $\omega_2 + \omega_1$ und es ergibt sich für die Ausgangsspannung des Tiefpass:

$$U(t) = \hat{U} \cdot \cos(\Delta\omega \cdot t + \Delta\varphi(t))$$

Darin ist \hat{U} die Amplitude der Tiefpassspannung. Man erhält folglich beim elektronischen Mischen das gleiche Ergebnis wie beim optischen Mischen. Trotz dieser Gemeinsamkeit gibt es jedoch auch Unterschiede. Beim optischen Mischen erfolgt zuerst die Überlagerung der elektrischen Felder aufgrund des Superpositionsprinzips. Das entstehende elektrische Gesamtfeld kann jedoch nicht direkt gemessen werden. Daher wird dessen Intensitätsmessung mittels Photodiode benötigt. Dies ist eine Betragsquadratbildung des elektrischen Feldes, was der Multiplikation beim Mischer entspricht und den eigentlichen Mischprozess darstellt. Dabei entsteht ein konstanter Spannungsanteil, welcher durch die AC-Kopplung der Photodiode, die als Hochpass wirkt, unterdrückt wird.

2. Theoretische Grundlagen

Beim elektronischen Mischen sind bereits zwei Spannungssignale vorhanden, welche als Intensitäten interpretiert werden können. Die Multiplikation durch den Mischer ist der Mischvorgang. Durch die Produktbildung der Eingangssignale, entsteht ein hochfrequenter Spannungsanteil. Um diesen zu entfernen, wird ein Tiefpass an Stelle eines Hochpass benötigt.

2.3.2. Heterodyne und homodyne Detektion

Um die geeigneten Messwerte zu erhalten, ist die Art der Detektion der gemischten Signale entscheidend. Die zwei möglichen Varianten werden von mir im Folgenden beschrieben. Heterodyne und homodyne Detektion beruhen auf dem Prinzip des Mischens, wie es im vorherigen Abschnitt beschrieben wurde. Eines der beiden Eingangssignale ist das zu messende Signal und das andere das Referenzsignal. Die zwei Detektionsformen unterscheiden wie sich die beiden Signale in ihrer Frequenz zueinander verhalten [8].

Heterodyne Detektion verwendet für das Mess- und das Referenzsignal unterschiedliche Frequenzen ω_1 und ω_2 . Es gilt $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \neq 0$ und man erhält das Spannungssignal wie es im vorherigen Abschnitt beschrieben ist.

$$U(t) = \hat{U} \cdot \cos(\Delta\omega \cdot t + \Delta\varphi(t)) \quad (2.3)$$

Dies eignet sich besonders gut zur Messung der Amplitudenmodulation der Schwebung oder zur Bestimmung des Frequenzspektrums durch Auswertung des Spannungssignals über einen Spektrumanalysator. Dabei erhält man einen Peak bei der Frequenz $\nu = \Delta\omega/2\pi$, welcher durch die Frequenzunschärfe $\Delta\nu = \Delta\dot{\varphi}(t)/2\pi$ verbreitert ist.

Homodyne Detektion verwendet für das Mess- und das Referenzsignal gleiche Frequenzen ω_1 und ω_2 . Es gilt $\Delta\omega = 0 \text{ s}^{-1}$ und man erhält das folgende Spannungssignal.

$$U(t) = \hat{U} \cdot \cos(\Delta\varphi(t)) \quad (2.4)$$

Dies eignet sich besonders gut zur Messung des Phasenrauschens.

3. Versuchsaufbau, das Mach-Zehnder-Interferometer

Ziel dieser Arbeit ist es, das Phasenrauschen des Laserlichts zu bestimmen, welches beim Aufbau eines optischen Gitters zu erwarten ist. Im vorherigen Kapitel habe ich gezeigt, dass optisches Mischen verwendet werden kann, um ein Messsignal zu erhalten, welches das Phasenrauschen beinhaltet. Bei diesem Vorgang müssen zwei Strahlen überlagert werden. Dazu kann das Mach-Zehnder-Interferometer verwendet werden [7], siehe Abbildung 3.1 (a). Der Laserstrahl wird hier mittels Strahlteiler, in der Abbildung Strahlteiler 1, in zwei Teilstrahlen aufgeteilt. Einer der Strahlen (Strahl 2) durchdringt ein brechendes Medium, welches nach Kapitel 2 Abschnitt 2.2 Phasenrauschen im elektromagnetischen Feld des Strahls verursacht. Das brechende Medium ist eine Verallgemeinerung und steht hier für eine Glasfaser und andere optische Bauteile oder auch einzelne Atome. Am Ausgang des Interferometers werden durch den Strahlteiler 2 beide Teilstrahlen wieder überlagert. Der ungestörte Strahl 1 dient als Referenzsignal. Die Frequenzen beider Strahlen sind identisch, da sie von der gleichen Quelle stammen. Dies entspricht nach Kapitel 2 Abschnitt 2.3.2 homodyner Detektion. Gleichung 2.4 auf Seite 12 zur Folge erhält man so bei der Intensitätsmessung des Ausgangssignals mittels Photodiode folgenden Spannungsverlauf:

$$U_{ph}(t) = \hat{U}_{ph} \cdot \cos(\Delta\varphi(t))$$

Neben dem Phasenrauschen ist auch das Frequenzspektrum interessant, um die Verbreiterung des Signalpeaks durch die Übertragung des Phasenrauschens auf die Frequenz zu beobachten. Dazu muss das Mach-Zehnder-Interferometer etwas abgewandelt werden, siehe Abbildung 3.1 (b). Der Strahl 2 läuft zusätzlich durch einen akustooptischen Modulator (AOM) zur Frequenzmodulation. Ein AOM besteht aus einem Bragg-Gitter, welches durch einen Oszillator in Schwingungen versetzt wird [7]. Quantenmechanisch betrachtet wechselwirken die Photonen des Laserstrahls beim Durchgang durch den AOM mit den Phononen der Gitterschwingung [9]. Aufgrund der Impuls- und Energieerhaltung, ändert sich die Wellenzahl bzw. die Frequenz der Photonen. Sei die Frequenz des Bragg-Gitters gegeben durch ω_{AOM} . Durch Stokes- und Antistokes-Streuprozesse [9] zwischen Photonen und Phononen, werden die Photonen symmetrisch in beide Schwingungsrichtungen des Bragg-Gitters gestreut. Der Laserstrahl fächert sich am Ausgang des AOM entsprechend auf. Dabei liegt in nullter Ordnung der Laserstrahl mit der ursprünglichen Frequenz vor. Die erste Ordnung erhält die gewünschte, um die Frequenz des Gitters ω_{AOM} erhöhte Lichtfrequenz. Daneben folgen höhere Ordnungen als Folge von Mehrfachstreuprozessen eines Photons mit Phononen.

3. Versuchsaufbau, das Mach-Zehnder-Interferometer

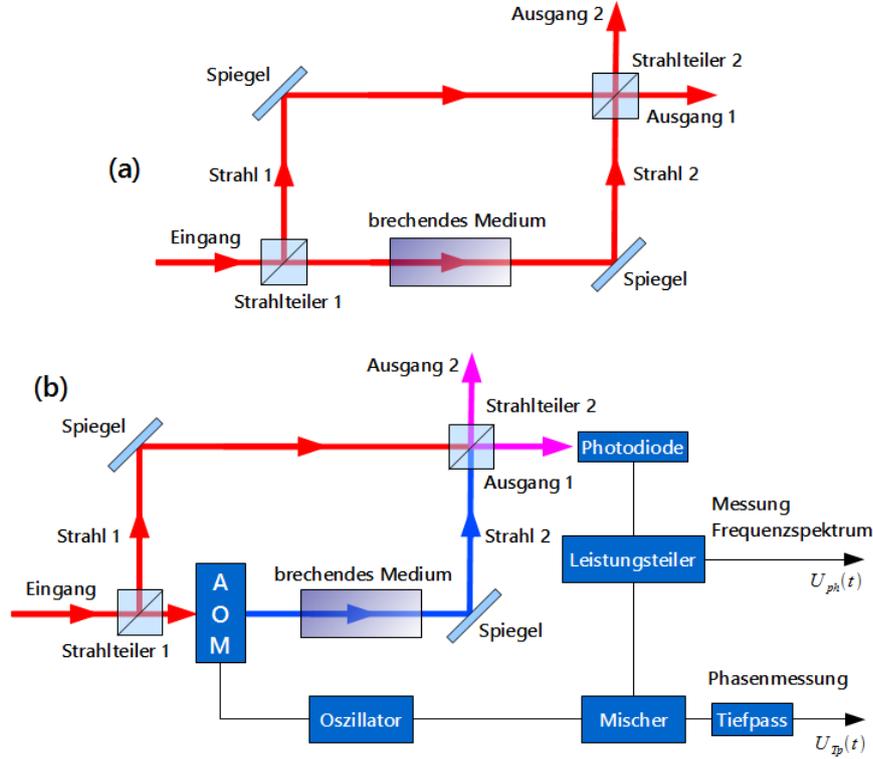


Abbildung 3.1.: Das Mach-Zehnder-Interferometer zur Erzeugung der Strahlüberlagerung, (a) Das eigentliche Mach-Zehnder-Interferometer (eigene Abbildung nach Vorlage aus [7]), (b) Grundprinzip des Versuchsaufbaus

Die nullte und die höheren Ordnungen werden nun zurückgehalten, während die erste Ordnung weitergeleitet wird. Beide Laserstrahlen werden am Ausgang schließlich wieder überlagert. Dabei ist die Frequenzerhöhung ω_{AOM} des Strahls 2 gerade die Frequenzdifferenz $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ zwischen beiden Teilstrahlen. So ergibt sich für die Photodiodenspannung nach Gleichung 2.3 auf Seite 12:

$$U_{ph}(t) = \hat{U}_{ph} \cdot \cos(\omega_{AOM} \cdot t + \Delta\varphi(t)) \quad (3.1)$$

Dies ist heterodyne Detektion. Um zusätzlich das Phasenrauschen selbst zu erhalten, muss das Oszillatorsignal mit dem, bereits durch optisches Mischen erhaltenen, Photodiodensignal elektronisch gemischt werden. Dazu wird die Photodiodenspannung zunächst über einen Leistungsteiler aufgeteilt. Die eine Abzweigung wird zur Messung des Frequenzspektrums verwendet, während die andere zum Mischer geführt wird. Nach Gleichung 2.3 auf Seite 12 ergibt sich nach dem Tiefpass folgendes Spannungssignal:

$$U_{Tp}(t) = \hat{U}_{Tp} \cdot \cos((\omega_{AOM} - \omega_O) \cdot t + \Delta\varphi(t) - \varphi_O)$$

3. Versuchsaufbau, das Mach-Zehnder-Interferometer

Darin ist ω_O die Kreisfrequenz und φ_O die Phase des Oszillators. Dieser muss phasenstabil sein, so dass φ_O konstant ist. Da der AOM über den Oszillator betrieben wird, gilt $\omega_{AOM} = \omega_O$. Definiere zusätzlich die Phasendifferenz

$$\Delta\phi(t) = \Delta\varphi(t) - \varphi_O, \quad (3.2)$$

in der die Phase φ_O des Oszillators einen festen Referenzbezug darstellt. Es folgt für das Spannungssignal zur Phasemessung:

$$U_{Tp}(t) = \hat{U}_{Tp} \cdot \cos(\Delta\phi(t)) \quad (3.3)$$

Bei diesem elektronischen Mischvorgang handelt es sich demnach um homodyne Detektion. Dieser prinzipielle Messaufbau ist insofern praktisch, da beliebig zwischen Frequenzspektrumsmessung und Phasemessung gewechselt werden kann.

Im Folgenden beschreibe ich die Lösung von Problemen im konkreten Versuchsaufbau. Beim Überlagern der Laserstrahlen stellte sich als problematisch heraus, dass nur polarisierende Strahlteilerwürfel vorhanden waren, siehe dazu Abbildung 3.2 (a). Die Oszillation des elektrischen Feldes des Strahls, der auf TW 1 trifft, kann in einen horizontal schwingenden Anteil, parallel zur Ebene des Strahlengangs und in einen dazu vertikal schwingenden Anteil zerlegt werden. Der schwarze Punkt markiert die Seiten der Vorzugsrichtung des Strahlteilerwürfels, auf denen der Strahl im Idealfall auftreffen soll. Vorzugsrichtungen werden festgelegt, um störende Einflüsse durch Beschädigungen von beschichteten Oberflächen zu minimieren. Der Strahlteilerwürfel TW 1 lässt in diesem Fall den horizontal schwingenden Anteil hindurch und reflektiert den vertikalen Anteil. Dadurch können jedoch die Strahlen bei ihrer Überlagerung in TW 2 nicht zur Schwebung gebracht werden. Zudem müssen, damit die Gleichungen 3.1 und 3.3 angewendet werden können, die Amplituden der elektrischen Felder der Teilstrahlen bei ihrer Zusammenführung gleich sein, man sagt die Strahlen sind balanciert. Dies ist nur möglich, wenn ihre Intensitäten identisch sind. Durch den AOM ist dagegen ein Intensitätsverlust des frequenzmodulierten Strahls zu erwarten. Ein Ausweg liefert der Einsatz von Verzögerungsplatten, siehe Abbildung 3.2 (b). Diese bestehen aus einem Material, das einen richtungsabhängigen Brechungsindex besitzt, n_x für die Schwingung des elektrischen Feldes in x-Richtung und n_y für dessen Schwingung in y-Richtung [7]. Die Ausbreitung des Lichts erfolgt in z-Richtung. θ ist der Winkel zwischen der elektrischen Feldstärke beim Auftreffen des Lichts auf der Verzögerungsplatte und der x-Achse. Er legt die entsprechende Aufteilung des Feldes fest. d ist die Dicke der Platte. Der Anteil in x-Richtung oszilliert nach Durchgang durch die Verzögerungsplatte mit

$$\sim e^{i(k_0 \cdot n_x \cdot d - \omega_0 \cdot t - \varphi_0)}$$

und der in y-Richtung mit

$$\sim e^{i(k_0 \cdot n_y \cdot d - \omega_0 \cdot t - \varphi_0)}$$

Daraus folgt für den Phasenunterschied zwischen x- und y-Richtung:

3. Versuchsaufbau, das Mach-Zehnder-Interferometer

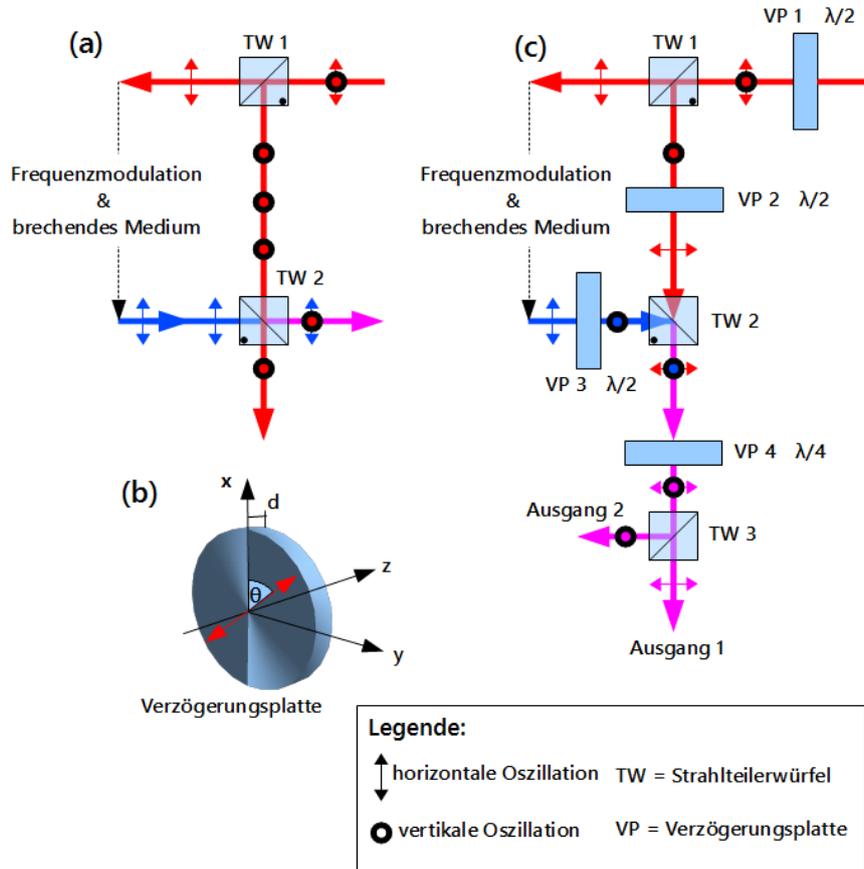


Abbildung 3.2.: Realisierung der Strahlüberlagerung, (a) Problematik durch polarisierende Strahlteilerwürfel, (b) die Verzögerungsplatte, (c) Lösung des Problems durch Einbau verschiedener Verzögerungsplatten

$$\Delta\varphi_d = k_0 \cdot (n_x - n_y) \cdot d$$

Bei $\lambda/2$ -Verzögerungsplatten gilt $\Delta\varphi_d = \pi$ und das Vorzeichen der y-Komponente des Feldes kehrt sich um. Damit lässt sich die horizontale Oszillation des Feldes in eine vertikale umwandeln und umgekehrt. Bei $\lambda/4$ -Verzögerungsplatten ist $\Delta\varphi_d = \pi/2$ und man erhält aus linear polarisiertem Licht zirkular polarisiertes Licht. Dies lässt sich ebenfalls umkehren. In Abbildung 3.2 (c) ist dargestellt, dass die $\lambda/2$ -Verzögerungsplatten VP 2 und VP 3 die Oszillation des Lichts um 90° drehen und so dafür sorgen, dass die Teilstrahlen durch TW 2 in eine Richtung überlagert werden. Danach stehen deren elektrischen Felder noch orthogonal zueinander. Die $\lambda/4$ -Verzögerungsplatte VP 4 wandelt beide linear polarisierten Teilstrahlen in zirkular polarisiertes Licht um, so dass beide horizontal und vertikal schwingende Anteile besitzen, die sich aufaddieren.

3. Versuchsaufbau, das Mach-Zehnder-Interferometer

Es kommt zur Schwebung. Über TW 3 können abschließend die horizontalen und vertikalen Anteile getrennt werden und man erhält Schwebung mit linear polarisiertem Licht. Mit der $\lambda/2$ -Verzögerungsplatte VP 1 ist die Aufteilung des Lichts in TW 1 so einzustellen, dass der Intensitätsverlust des frequenzmodulierten Strahls durch den AOM ausgeglichen wird. Dazu wird die Leistung des unveränderten Referenzstrahls entsprechend herabgesetzt.

Abbildung 3.3 zeigt den Versuchsaufbau zunächst ohne Glasfaser. Da die optischen Komponenten und die Luft zwischen ihnen als brechende Medien wirken, ist bereits bei diesem Aufbau Phasenrauschen zu erwarten. Das betrifft beide Strahlen, so dass hier keiner eindeutig als Referenzsignal festgelegt werden kann. Der Laserstrahl wird mit einer Laserdiode vom Typ EYP-DFB-0780-00080-1500-TOC03-0000 und Hersteller eagleyard photonics mit einer Wellenlänge von 780nm erzeugt. Um die Strahltaile zu verkleinern, wird das Licht zunächst über eine Linse mit einer Brennweite von $f = 100\text{mm}$ fokussiert und danach mit einer Linse, Brennweite $f = 50\text{mm}$, kollimiert. Dahinter hat der Strahl eine definierte Strahltaile und besteht aus einem parallelen Strahlenbündel. Ein Isolator lässt das Licht nur in eine Richtung hindurch und verhindert so, dass von folgenden optischen Bauteilen ein Teil des Strahls zurück in die Laserdiode reflektiert wird. Dies würde zur Leistungsminderung der Diode und zur Änderung der Lichtfrequenz führen. Die Laserdiode könnte sogar zerstört werden. In vorigen Untersuchungen wurde festgestellt, dass hier zwei Isolatoren benötigt werden [10]. Da die Durchlässigkeit eines Isolators von der Polarisation des Lichts abhängt, ist zwischen den Linsen und den Isolatoren noch eine $\lambda/2$ -Verzögerungsplatte angebracht. Die übrigen Verzögerungsplatten und die Strahlteilerwürfel erfüllen die Funktionen, wie ich sie anhand von Abbildung 3.2 beschrieben habe. Über zwei Spiegel wird der Laserstrahl in den AOM eingekoppelt. Durch eine Blende hinter dem AOM wird die gewünschte erste Ordnung durchgelassen und die anderen Ordnungen werden zurückgehalten. Die verwendete Photodiode ist eine G4176-03 von Hamamatsu. Vor dieser befindet sich eine Linse. Sie dient zur Fokussierung des Laserstrahls auf dem lichtempfindlichen Bereich der Photodiode. Die Diode ist mit drei Verstärkern (ZX60-8008E-S+) und einem Bias-Tee (ZX85-12G-S+), jeweils vom Hersteller Mini Circuits, in Reihe geschaltet und fest verbaut. Daher sind letztere in Abbildung 3.3 nicht als eigenständige Bauteile eingezeichnet. Der Bias-Tee bewirkt die AC-Kopplung der Photodiode. Die Leistung des Laserstrahls beträgt beim Auftreffen auf die Photodiode $(1,011 \pm 0,001)\text{mW}$. Ich habe bereits die Funktionen des Kopplers (ZFDC-20-33-S+), des Mischers (ZP-1+) und des Tiefpass (SLP-1.9+), jeweils vom Hersteller Mini Circuits, beschrieben (zum größten Teil in Kapitel 2 Abschnitt 2.3.1). Als Oszillator zum Betreiben des AOM, verwendete ich einen Sinusgenerator (FA-IQ-DDS) von Funk Amateur, welcher ein sinusförmiges Spannungssignal erzeugt. Üblicherweise wird dazu ein AOM-Treiber verwendet. Warum ich mich für den Sinusgenerator entschieden habe, erkläre ich im weiteren Verlauf dieses Kapitels. Ein zusätzlicher Phasenschieber (JSPHS-51+) zwischen Sinusgenerator und Mischer ermöglicht die manuelle Änderung der Phase $\Delta\phi(t)$. Da der Phasenschieber eine Abschwächung des Signals bewirkt, wird vor dem Mischer noch ein Verstärker (ZFL-500+) benötigt. Die beiden zuletzt erwähnten Komponenten mit Bauteilnummer sind ebenfalls vom Her-

3. Versuchsaufbau, das Mach-Zehnder-Interferometer

steller Mini Circuits. Zusätzlich dient noch ein Verstärker (MHW1345) von NXP zum Treiben des AOM über den Sinusgenerator. Da der Phasenschieber laut Datenblatt, welches sich in Anhang A.1 befindet, nur bis zu einer Frequenz von 54MHz zuverlässig arbeitet, während die anderen Komponenten auch Signale höherer Frequenzen verarbeiten können, legte ich die Frequenz des Sinusgenerators auf $54,627258\text{MHz} \pm 2\text{Hz}$ fest.

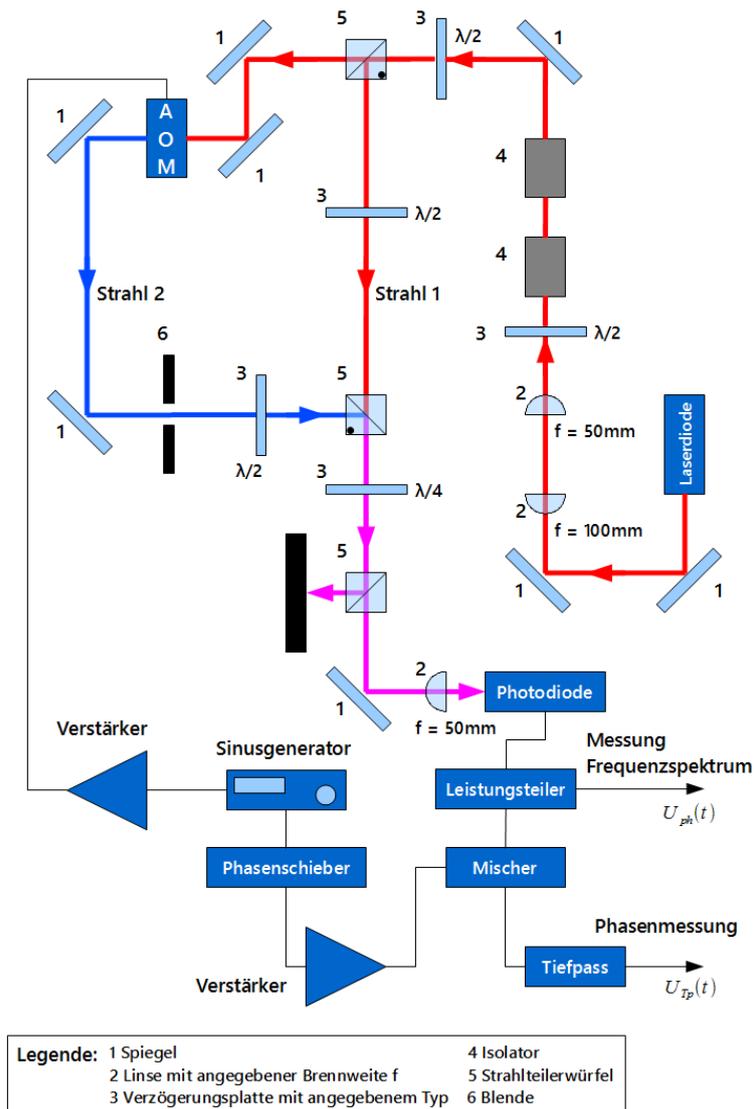


Abbildung 3.3.: Versuchsaufbau zunächst ohne Glasfaser als zusätzliches brechendes Medium

3. Versuchsaufbau, das Mach-Zehnder-Interferometer

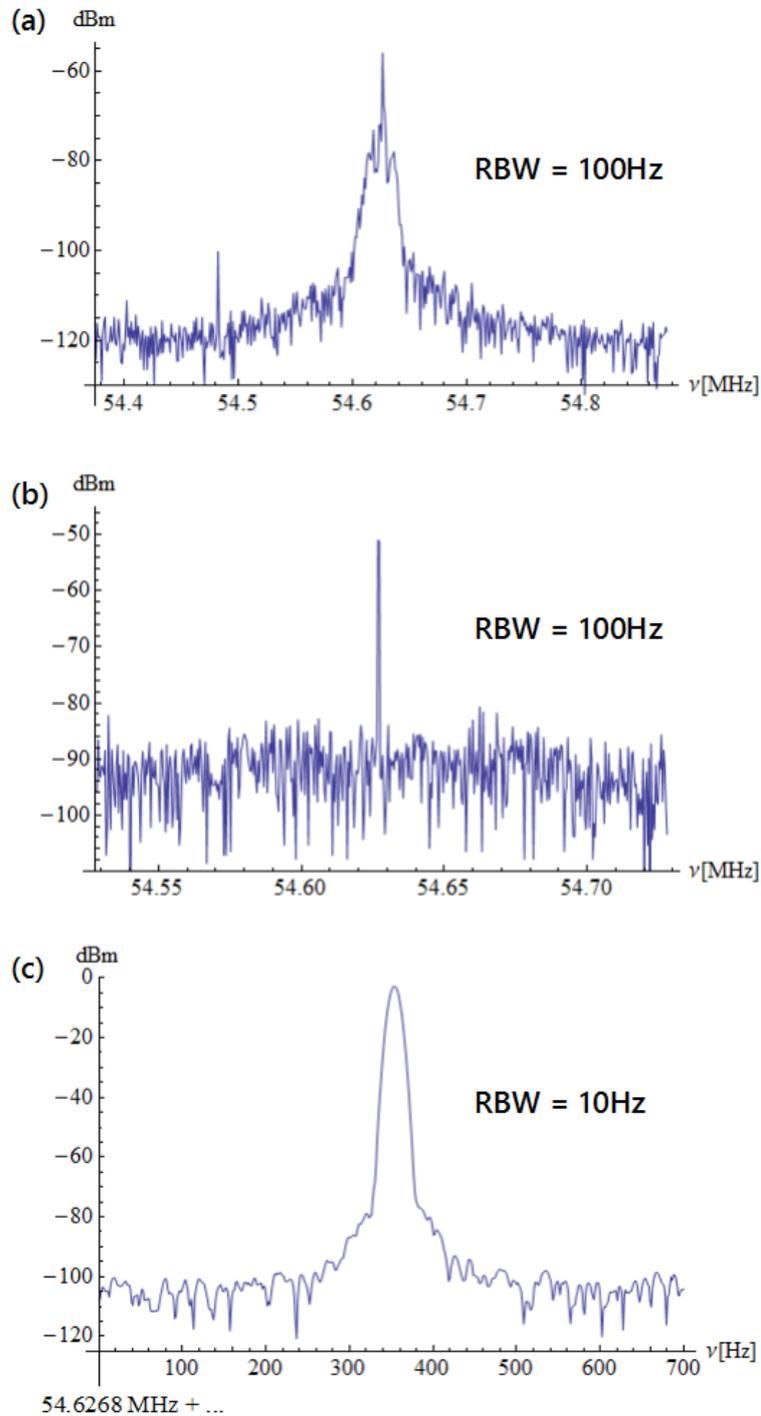


Abbildung 3.4.: Vergleichsmessung AOM-Treiber und Sinusgenerator, (a) Spektrum des AOM-Treibers, (b) Spektrum des Sinusgenerators, (c) Detailaufnahme des Spektrums des Sinusgenerators

3. Versuchsaufbau, das Mach-Zehnder-Interferometer

Um zu bestimmen welcher Oszillator zum Betreiben des AOM geeignet ist, verglich ich die Frequenzspektren eines AOM-Treibers, der dazu typischerweise verwendet wird und des Sinusgenerators. Die Frequenzspektren sind in Abbildung 3.4 gezeigt. Der AOM-Treiber beinhaltet einen spannungsgesteuerten Oszillator (“Voltage Controlled Oscillator” VCO) (POS-100+) und einen Tiefpassfilter (LFCN-120+), beide vom Hersteller Mini Circuits. Zur Messung der Spektren verwendete ich den Spektrumanalysator FSP · Spectrum Analyzer · 9kHz ... 7GHz von Rohde & Schwarz. Dieser wurde von mir bei allen direkten Messungen von Frequenzspektren benutzt. Die Frequenz des AOM-Treibers lag bei $(54,627 \pm 0,001)\text{MHz}$ und die des Sinusgenerators bei $54,627258\text{MHz} \pm 2\text{Hz}$, mit der auch der AOM betrieben werden soll. Beide Werte wurden mit dem Programmable Counter HM 8123 von Hameg Instruments gemessen. RBW gibt die Auflösungsbandbreite des Spektrums an. Es fällt auf, dass der Peak des AOM-Treibers mit einer Breite von $(36 \pm 4)\text{kHz}$ deutlich unschärfer ist als der des Sinusgenerators, dessen Breite nur etwa $(45 \pm 5)\text{Hz}$ beträgt. Als ich den Peak des Sinusgenerators noch weiter auflöste (Abbildung 3.4 (c)), erreichte ich schließlich die Auflösungsbegrenzung des Spektrumanalysators bei $\text{RBW} = 10\text{Hz}$, erkennbar an dem parabelförmigen Verlauf des Peaks. Durch den AOM überträgt sich die Frequenzunschärfe des Oszillators auch auf den frequenzmodulierten Laserstrahl. Je definierter die Frequenz des Oszillators ist, desto deutlicher können Verbreiterungen durch Phasenrauschen im Frequenzspektrum des Photodiodensignals beobachtet werden und desto weniger trägt die Elektronik des Messaufbaus zusätzlich zum Rauschen bei. Daher betrieb ich bei allen Messungen den AOM mit dem Sinusgenerator. Dieser erfüllte auch die für den Oszillator geforderte Phasenstabilität. Im nächsten Kapitel diskutiere ich die Messergebnisse, die ich über den Versuchsaufbau erhielt.

4. Messungen ohne Glasfaser

Dieses Kapitel beinhaltet die Messergebnisse bei der Messung ohne Glasfaser. Ich beschreibe zunächst das Frequenzspektrum des Photodiodensignals und danach wie die Eichung der Ausgangsspannung des Tiefpass erfolgen musste, um das Phasenrauschen zu analysieren. Dabei gehe ich auch auf Probleme bei der Messung des Phasenrauschens ein. Um diese zu lösen, benutze ich die Methode der schnellen Fouriertransformation, die ich in Abschnitt 4.1 beschreibe. Über diese kann das Frequenzspektrum direkt aus dem Spannungssignal berechnet werden. Abschnitt 4.2 befasst sich mit der Allan-Varianz als eine weitere Methode zur Rauschanalyse.

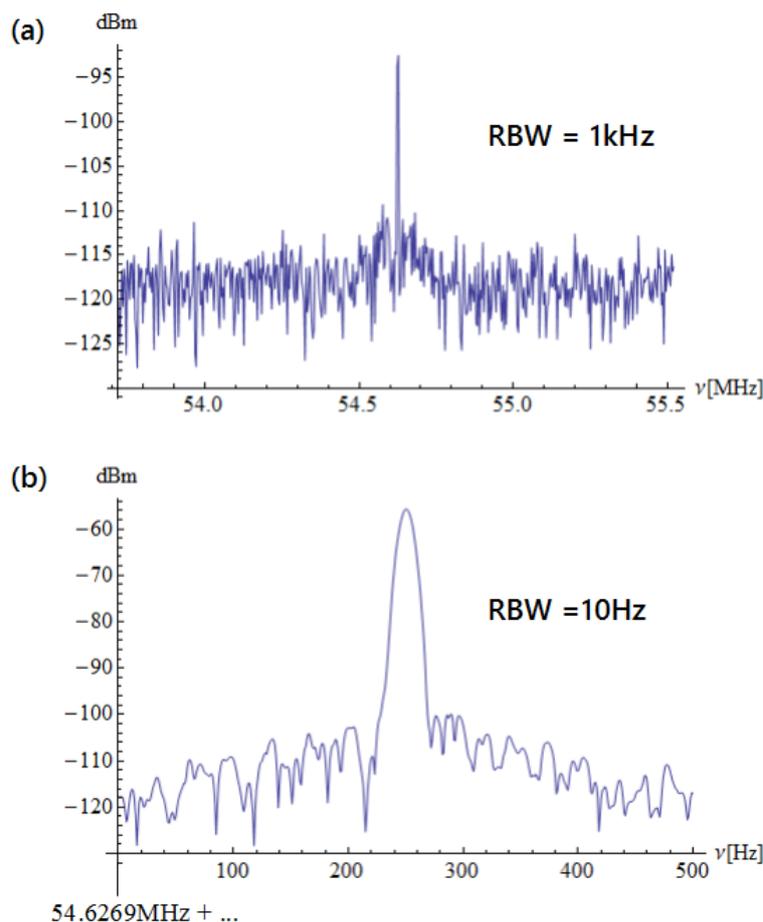


Abbildung 4.1.: Frequenzspektren des Schwebungssignals der Photodiode

4. Messungen ohne Glasfaser

Abbildung 4.1 (a) zeigt das gemessene Spektrum des Photodiodensignals mit einem Peak bei der Frequenz $54,627\text{MHz} \pm 1\text{kHz}$. Dies ist nach Gleichung 3.1 auf Seite 14 auch zu erwarten, da der AOM über den Sinusgenerator betrieben wird und folglich die Frequenz $\nu_{AOM} = \omega_{AOM}/2 \cdot \pi$ des AOM der Frequenz des Sinusgenerators von $54,627258\text{MHz} \pm 2\text{Hz}$ entsprechen muss. Darüber hinaus ist im Spektrum eine Erhebung symmetrisch um den Peak zu erkennen. Ihre Breite beträgt $(282 \pm 13)\text{kHz}$. Diese Erhebung ist auch zu sehen, wenn man die Photodiode abdunkelt und zwar genau an der gleichen Stelle im Spektrum. Weil folglich das Laserlicht dafür nicht verantwortlich sein kann, wirkt offenbar eine der Signalleitungen des Sinusgenerators als Sender und eine Signalleitung der Messelektronik als Empfänger. Dies ist ein typischer Effekt bei Signalen mit hohen Frequenzen.

Abbildung 4.1 (b) zeigt den eigentlichen Peak in der Mitte der Erhebung bei größerer Auflösung. Dabei erreichte ich, wie zuvor bei der Vergleichsmessung zwischen AOM-Treiber und Sinusgenerator (siehe Seite 20), die Auflösungsbegrenzung des Spektrumanalysators (10Hz). Der Peak besitzt eine Breite von $(33 \pm 3)\text{Hz}$ und unterscheidet sich damit nicht wesentlich von der Breite des Peaks des Sinusgenerators ($45 \pm 5)\text{Hz}$, die bei der Vergleichsmessung ermittelt wurde. Eine Verbreiterung ist nicht feststellbar.

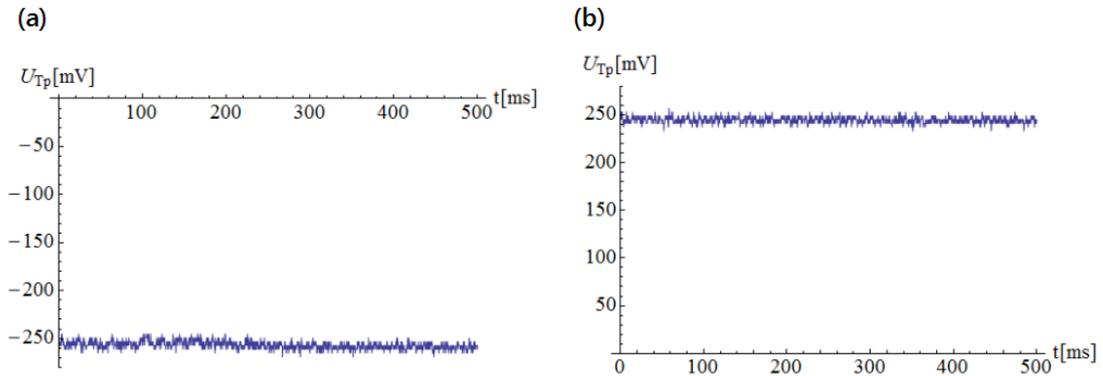


Abbildung 4.2.: Eichung des Spannungssignals des Tiefpass, (a) minimaler Spannungswert, (b) maximaler Spannungswert

Die Messung der Ausgangsspannung des Tiefpass vollzog ich bei allen Messvorgängen mit dem Oszilloskop InfiniiVision DS-OX 2014A von Agilent Technologies. Um das Spannungssignal $U_{Tp}(t)$ über Gleichung 3.3 mit der Phase $\Delta\phi(t)$ in Verbindung zu bringen, war zunächst eine Eichung des Spannungssignals erforderlich. Nach Gleichung 3.3 ist \hat{U}_{Tp} die Amplitude und die Spannung muss zwischen dem minimalen Wert $-\hat{U}_{Tp}$ und dem maximalen Wert \hat{U}_{Tp} schwanken. Also wählte ich zunächst einen Zeitbereich für die Messung, in dem die Schwankung der Spannung so gering ist, dass sie als waagrechte Linie angenommen werden kann. Danach variierte ich die Phase $\Delta\phi(t)$ über den Phasenschieber in der Weise, dass die Spannungslinie ihren Minimalwert (Abbildung 4.2 (a)) bzw. ihren Maximalwert (Abbildung 4.2 (b)) annahm. Wie Abbildung 4.2 zeigt, war den beiden Spannungslinien elektronisches Rauschen über-

4. Messungen ohne Glasfaser

lagert. Daher bildete ich zur Berechnung des Minimalwerts U_{Tpmin} in (a) und des Maximalwerts U_{Tpmax} in (b) jeweils den zeitlichen Mittelwert über den Spannungsverlauf. Als Fehler nahm ich die Hälfte der Breite des Rauschbands an. Zu dessen Berechnung bestimmte ich die Hälfte der Differenz zwischen Maximal- und Minimalwert des jeweiligen Spannungssignals und entschied mich für das größere der beiden Ergebnisse:

$$U_{Tpmin} = (-256,883 \pm 11,935)\text{mV} \quad \text{und} \quad U_{Tpmax} = (244,544 \pm 11,935)\text{mV}$$

Bei den folgenden Spannungswerten berechnete ich den Fehler immer über die Gaußsche Fehlerfortpflanzung. Entgegen Gleichung 3.3 bestand ein Unterschied zwischen den Beträgen der minimalen und maximalen Ausgangsspannung des Tiefpass. Es lag folglich noch ein konstanter Spannungsanteil vor, ein so genannter Offset $U_{Tpo\text{ff}}$. Diesen berechnete ich über den Mittelwert von U_{Tpmin} und U_{Tpmax} :

$$U_{Tpo\text{ff}} = (-6,169 \pm 8,439)\text{mV}$$

Indem ich diesen Offset von der maximalen Spannung U_{Tpmax} subtrahierte, erhielt ich die gewünschte Spannungsamplitude:

$$\hat{U}_{Tp} = (250,714 \pm 14,617)\text{mV}$$

Da das Oszilloskop eine feste Messgenauigkeit besitzt und die Breite des Rauschbands konstant war, gab es keinen Grund anzunehmen, dass der Fehler der Spannung zeitabhängig ist. Für das Spannungssignal wählte ich daher als globalen Fehler ΔU_{Tp} den Fehler der Spannungsamplitude:

$$\Delta U_{Tp} = 14,617\text{mV}$$

Bei den folgenden Messungen musste entsprechend von allen Spannungswerten der Offset subtrahiert werden. Durch Umstellen von Gleichung 3.3 nach der Phase $\Delta\phi(t)$ kann diese aus den Spannungsdaten $U_{Tp}(t)$ berechnet werden:

$$\Delta\phi(t) = \arccos\left(\frac{U_{Tp}(t)}{\hat{U}_{Tp}}\right) \quad (4.1)$$

Ihr Fehler $GE(\Delta\phi(t))$ ergibt sich aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung:

$$GE(\Delta\phi(t)) = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{U_{Tp}(t)}{\hat{U}_{Tp}}\right)^2}{\hat{U}_{Tp}^2 - U_{Tp}(t)^2}} \cdot \Delta U_{Tp}$$

Der Fehler für die Phase wird sehr groß, wenn die Spannung gegen das Minimum $-\hat{U}_{Tp}$ oder das Maximum \hat{U}_{Tp} läuft. Daher habe ich vor jeder Messung die Spannung über den Phasenschieber so eingestellt, dass dies während der gesamten Messzeit nicht der Fall war.

4. Messungen ohne Glasfaser

Abbildung 4.3 (a) zeigt das Offset-korrigierte Spannungssignal bei einer Langzeitmessung über 500s. Das Signal wandert zwischen der zusätzlich eingezeichneten negativen und positiven Amplitude. Abbildung 4.3 (b) stellt die daraus berechneten Phasendaten dar. Die Daten selbst sind in Dunkelblau und deren Fehlerbänder in Rot wiedergegeben. Es ist zu erkennen, wie die Phase aufgrund von Temperaturdrift einen zufälligen Verlauf durchführt, einen so genannten Random Walk [5]. Diesem ist Rauschen höherer Frequenz überlagert, das die Signallinie verbreitert.

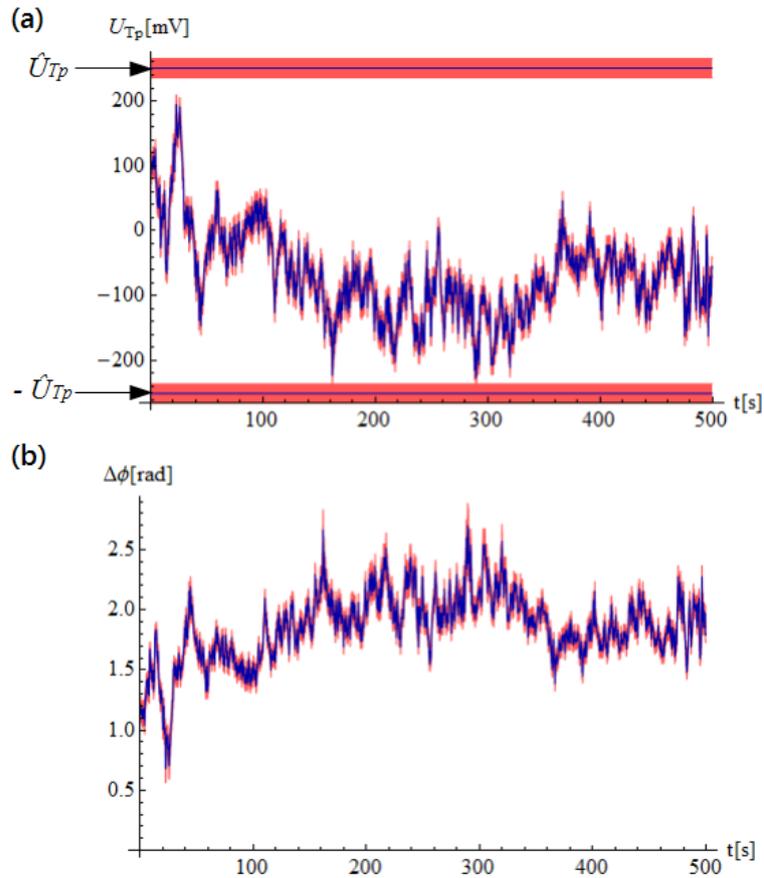


Abbildung 4.3.: Langzeitmessung der Ausgangsspannung des Tiefpass, (a) Spannungssignal, (b) berechnete Phasendifferenz

Über Gleichung 4.1 kann jedoch die Phase $\Delta\phi(t)$ nicht eindeutig reproduziert werden, da man anhand dieser Formel nur Werte zwischen 0 und π erhält, während die Phase zwischen 0 und $2 \cdot \pi$ schwanken kann. Erreicht die Spannung ihren Minimal- oder Maximalwert und läuft sie danach wieder zurück, so kann man nicht sagen ob das für die Phase auch gilt, oder ob ein Überlauf $\Delta\phi(t) > \pi$ bzw. $\Delta\phi(t) < 0$ stattgefunden hat. Daher betrachtete ich bei den folgenden Messungen und Berechnungen ausschließlich das Spannungssignal.

4. Messungen ohne Glasfaser

Analysiert man das Frequenzspektrum der Spannung, so können über Peaks im Spektrum konkrete Störquellen identifiziert werden, die Phasenrauschen verursachen. Zunächst versuchte ich den Effekt der Temperaturdrift bei niedrigen Frequenzen sichtbar zu machen und nahm ein entsprechendes Spektrum mittels Spektrumanalysator auf, welches in Abbildung 4.4 gezeigt ist. Dabei ist jedoch die minimale Auflösungsbandbreite von $RBW = 10\text{Hz}$ ein großes Problem. Sie verursacht, dass niedrige Frequenzen nicht mehr aufgelöst werden können. Statt dessen erhält man einen parabelförmigen Verlauf als Folge der Auflösungsbegrenzung. Um dieses Problem zu lösen, beschreibe ich im nächsten Abschnitt wie aus den Spannungsdaten mittels der schnellen Fouriertransformation Frequenzspektren mit höherer Auflösung zu berechnen sind.

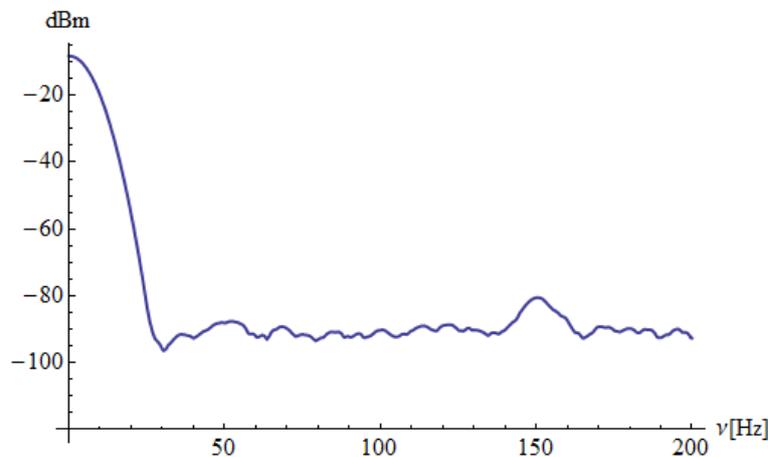


Abbildung 4.4.: Messung des Frequenzspektrums der Ausgangsspannung des Tiefpass mittels Spektrumanalysator, Auflösungsbandbreite $RBW = 10\text{Hz}$

4.1. Berechnung der Frequenzspektren der Phasenmessung

Bei der Messung der Frequenzspektren der Tiefpassspannung mittels Spektrumanalysator ist dessen minimale Auflösungsbandbreite (“Resolution Bandwidth” RBW) von 3 - 10Hz ein großes Problem. Da sehr niederfrequente Effekte Temperaturschwankungen verursachen, sind diese so nicht messbar. Aber auch bei höheren Frequenzen als 10Hz tauchen Signalpeaks, deren Breite unterhalb der Auflösungsbandbreite liegt, im Frequenzspektrum nicht auf. Aus den Spannungsmesswerten des Oszilloskops können jedoch mit Hilfe der schnellen Fouriertransformation (“Fast Fourier Transformation” FFT) Frequenzspektren mit weit niedrigerer Auflösungsbandbreite berechnet werden. Ermöglicht wird dies durch die Einstellung langer Messzeiten am Oszilloskop, welche im Minutenbereich liegen können, während beim Spektrumanalysator kürzere Messzeiten verwendet werden. Bei höheren Frequenzen ist der Spektrumanalysator im Vorteil. Der Grund dafür ist, dass die mittels FFT berechneten Frequenzspektren immer bei 0Hz beginnen, so dass deren Auflösungsbandbreite mit steigender maximaler Frequenz

4. Messungen ohne Glasfaser

des Spektrums (entspricht kürzeren Messzeiten) zunimmt. Dadurch können Peaks, die bei großen Frequenzen liegen, nicht mehr hoch aufgelöst werden.

Eine Methode der FFT ist die direkte Fouriertransformation ("Direct Fourier Transformation" DFT) [11]. Die Fouriertransformation einer beliebigen Funktion $f(t)$ von der Zeit- in die Frequenzdarstellung ist im Allgemeinen gegeben durch:

$$f(\omega) = A \cdot \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-i\omega \cdot t} dt \quad (4.2)$$

Darin ist ω die Kreisfrequenz, A ist die Normierung und t die Zeit. Aufgrund der endlichen Zahl an Messwerten muss dieses Integral nun durch eine diskrete Summe ausgedrückt werden. Dabei wird der infinitesimale Zeitschritt dt in die Zeitdifferenz Δt zweier benachbarter Messwerte umgewandelt. Es folgt für die diskreten Zeitwerte:

$$t(n) = n \cdot \Delta t \quad (4.3)$$

Mit der ganzen Zahl n . Weil das Integral bei $t = 0s$ beginnt, ist der minimale Wert von n Null. Sei N die Gesamtzahl an Messwerten. Die Auflösung ist dadurch begrenzt und es kann maximal nur N Messzeitpunkte $t(n)$ geben. Der Maximalwert von n ist entsprechend $N - 1$ und man erhält:

$$n \in \{0, 1, 2, \dots, N - 1\}$$

Die maximal mögliche Beobachtungszeit ist über die Anzahl N an Messwerten zu $N \cdot \Delta t$ festgelegt. Das ergibt für die Schrittweite $\Delta\nu$ der Frequenz, die zugleich die Auflösungsbandbreite RBW ist:

$$\text{RBW} = \Delta\nu = \frac{1}{N \cdot \Delta t}$$

Die Schrittweite der Kreisfrequenz ist $\Delta\omega = 2 \cdot \pi \cdot \Delta\nu$ und für die diskrete Kreisfrequenz folgt daraus:

$$\omega(k) = k \cdot \Delta\omega = \frac{2 \cdot \pi}{N \cdot \Delta t} \cdot k \quad (4.4)$$

k ist wie n eine ganze Zahl. Aus dem Integral 4.2 wird eine diskrete Summe:

$$f(k) = A \cdot \sum_{n=0}^{N-1} f(t(n)) \cdot e^{-i\omega(k) \cdot t(n)} \cdot \Delta t$$

Um für $f(k)$ die gleiche Einheit wie für $f(t(n))$ zu erhalten, wird die Normierung auf $A = \Delta t^{-1}$ festgelegt. Setzt man zusätzlich 4.3 und 4.4 ein, so erhält man abschließend für die direkte Fouriertransformation der Größe $f(t)$:

$$f(k) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n \cdot \Delta t) \cdot e^{-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot k \cdot \frac{n}{N}}$$

Die zugehörige diskrete Frequenz ist

4. Messungen ohne Glasfaser

$$\nu(k) = k \cdot \Delta\nu = \frac{k}{N \cdot \Delta t}$$

mit dem Minimalwert $\nu_{min} = 0\text{Hz}$. Der kleinste Wert von k ist demnach Null. Für die maximal darstellbare Frequenz gilt $\nu_{max} = k_{max}/N \cdot \Delta t$, wobei k_{max} der Maximalwert von k ist. Die Abtastfrequenz ist gegeben durch $\nu_A = \Delta t^{-1}$ und die Bandbreite des Eingangssignals durch $B_e = \nu_{max} - \nu_{min} = \nu_{max}$. Nach dem Abtasttheorem von Shannon ist das Ausgangssignal $f(t)$ nur eindeutig reproduzierbar, wenn die Abtastfrequenz mindestens doppelt so hoch ist wie die Bandbreite des Eingangssignals: $\nu_A \geq 2 \cdot B_e$. Daraus folgt $k_{max} \leq \frac{N}{2}$ und es gilt:

$$k \in \left\{ 0, 1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor \right\}$$

Bei Frequenzspektren werden die Daten als Leistungspegel $L(P)$ in dBm angegeben, was festgelegt ist durch:

$$L(P) = 10 \cdot \lg \left(\frac{P}{1\text{mW}} \right) \text{ dBm}$$

Darin ist P die Signalleistung und 1mW die Referenzleistung. Der Vorteil dieser logarithmischen Darstellung ist, dass auch kleine Schwankungen gegenüber hohen Peaks im Spektrum deutlich dargestellt werden. Die Messwerte $f(t(n))$ sind Spannungswerte, folglich sind es auch die berechneten Werte $f(k)$. Da die Leistung P proportional zum Spannungsquadrat dividiert durch den Widerstand ist und der Standardwiderstand für die Umrechnung in dBm 50Ω beträgt, gilt für die Berechnung des Frequenzspektrums:

$$L(k) = 10 \cdot \left(\lg \left(\frac{|f(k)|^2}{1\text{m}[f]^2} \right) - \lg(50) \right) \text{ dBm}$$

Um festzustellen ob die Messelektronik selbst Störungen verursacht, führte ich Messungen mit abgedunkelter Photodiode durch. Dazu nahm ich zunächst die Spannungswerte des Oszilloskops ohne eine angeschlossene Signalquelle auf um sicherzugehen, dass nicht die Signalauswertung des Oszilloskops selbst Störungen verursacht. Auf den Aufnahmen war nur ein Band weißes Rauschen zu sehen, welches keinerlei Peak im daraus mittels FFT berechneten Frequenzspektrum verursachte. Bei der Messung des Ausgangssignals der Einheit bestehend aus Photodiode, Verstärkern und Bias-Tee mit dem Oszilloskop erhielt ich jedoch ein anderes Ergebnis. Nun war im berechneten Frequenzspektrum ein Peak bei 50Hz zu sehen, sowie weitere Peaks bei ganzzahligen Vielfachen von 50Hz, die als höhere Harmonische bezeichnet werden. Die Messung der Ausgangsspannung des Tiefpass führte zum gleichen Spektrum, welches in Abbildung 4.5 dargestellt ist. Der Teil (a) der Abbildung zeigt den 50Hz-Peak und Teil (b) den 50Hz-Peak sowie die höheren Harmonischen. Diese Störungen werden durch das Rauschen der 50Hz-Netzspannung verursacht, das über die Spannungsversorgung der Messelektronik auf diese Einfluss nimmt.

4. Messungen ohne Glasfaser

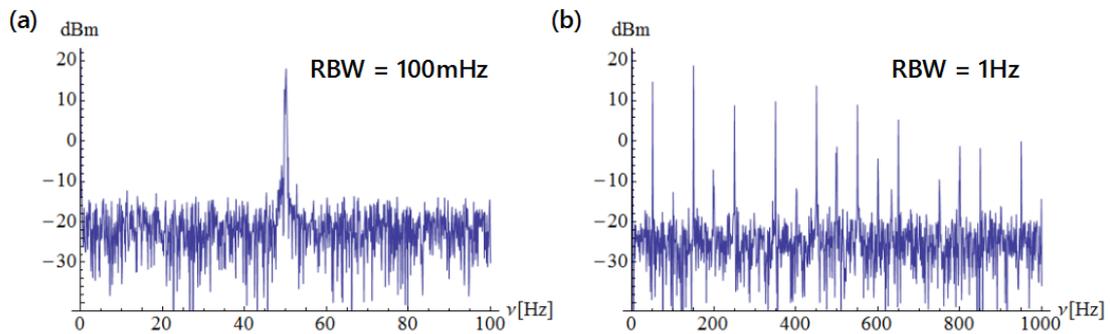


Abbildung 4.5.: Berechnung der Spektren der Ausgangsspannung des Tiefpass bei abgedunkelter Photodiode

Das Spannungssignal des Tiefpass, welches bei der Langzeitmessung ermittelt wurde, ist in Abbildung 4.3 auf Seite 24 dargestellt. Nun kann durch Verwendung der FFT daraus das zugehörige Frequenzspektrum, mit einer viel höheren Auflösung von $\text{RBW} = 2\text{mHz}$ gegenüber dem Spektrumanalysator mit maximal $\text{RBW} = 10\text{Hz}$, berechnet werden, siehe Abbildung 4.6.

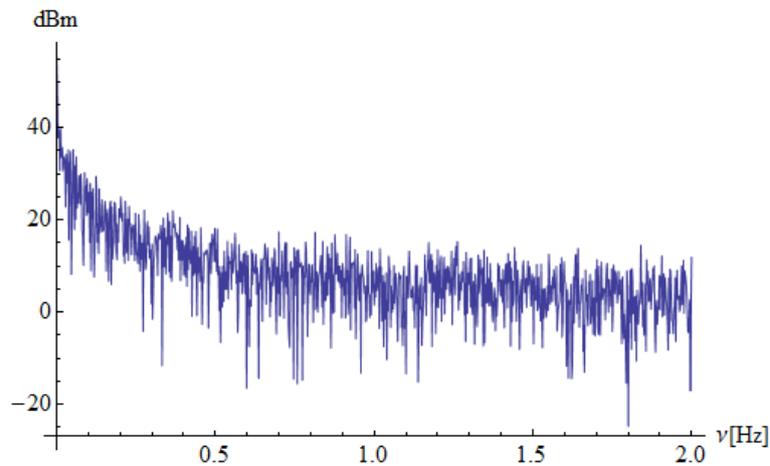


Abbildung 4.6.: Spektrum der Ausgangsspannung des Tiefpass für die Langzeitmessung, Auflösungsbandbreite $\text{RBW} = 2\text{mHz}$

Im Gegensatz zur Messung mit dem Spektrumanalysator, zu sehen in Abbildung 4.4 auf Seite 25, sind im berechneten Spektrum Frequenzen von 0 - 2Hz darstellbar. Man erkennt einen Anstieg hin zu 0Hz, der etwa ab 1Hz beginnt. Dies ist das niederfrequente Rauschen der Temperaturdrift, das demnach im Sekunden- bis Minutenbereich stattfindet, was sehr gut zum Random Walk der Phase in Abbildung 4.3 passt.

4. Messungen ohne Glasfaser

Die übrigen Frequenzspektren der Ausgangsspannung des Tiefpass werde ich in Kapitel 6 Abschnitt 6.1 beschreiben, da diese dort direkt mit den Spektren verglichen werden können, die ich bei den Messungen mit Glasfaser erhielt.

4.2. Bestimmung der Allan-Varianz des Phasenrauschens

Im vorherigen Abschnitt wurde die Berechnung von Frequenzspektren als eine Methode der Rauschanalyse behandelt. Neben der Betrachtung des Phasenrauschens in Frequenzdarstellung gibt es noch die Möglichkeit der Betrachtung in Zeitdarstellung. Eine Variante ist die Berechnung der Allan-Varianz. Um die zeitliche Schwankung einer Messgröße $x(t)$ zu quantifizieren, ist es sinnvoll, zeitlich benachbarte Messwerte durch die Berechnung deren Varianz miteinander zu vergleichen. Dazu könnte man den Mittelwert über die quadrierte Differenz benachbarter Messwerte bilden. Dies würde jedoch nur ein einziges Ergebnis liefern, welches von dem Zeitabstand zwischen den Messwerten abhängt. Daher werden nicht die Messwerte selbst verglichen, sondern die normierten Mittelwerte $y(t)$ der Messgröße $x(t)$ über zwei benachbarte Zeitintervalle der Länge τ . Diese Länge kann variiert und somit der Anteil des Rauschens für unterschiedliche Zeiträume τ ermittelt werden. Die Allan-Varianz ist entsprechend definiert durch [5, 6]:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} \cdot \langle (y(t+\tau) - y(t))^2 \rangle \quad (4.5)$$

Darin sind die normierten Mittelwerte der benachbarten Zeitintervalle gegeben durch

$$y(t) = \frac{1}{\tau} \cdot \int_t^{t+\tau} \frac{x(t')}{x_0} dt' \quad \text{und} \quad y(t+\tau) = \frac{1}{\tau} \cdot \int_{t+\tau}^{t+2\tau} \frac{x(t')}{x_0} dt'$$

mit der Normierung x_0 bezüglich der Messgröße $x(t)$, damit $y(t)$ und $y(t+\tau)$ einheitenlos sind. Es liegt jedoch nicht eine in der Zeit kontinuierliche Funktion $x(t)$ vor, sondern nur eine begrenzte Anzahl an Messwerten. Die Berechnungen von $y(t)$, $y(t+\tau)$ und der Allan-Varianz $\sigma_y^2(\tau)$ müssen folglich diskretisiert werden. Dazu definiert man zunächst die diskrete Länge der Zeitintervalle

$$\tau(n) = n \cdot \Delta t \quad (4.6)$$

mit dem Mittelungsfaktor n , der eine natürliche Zahl ist (n darf nicht Null werden, da sonst $y(t)$ und $y(t+\tau)$ divergieren) und dem zeitlichen Abstand Δt zweier benachbarter Messwerte. Die Frage ist nun wie man den Mittelwert der Differenzquadrate in 4.5 berechnet. Nach Abbildung 4.7 gibt es dazu die Möglichkeiten für die Messwerte aufeinanderfolgende, nicht überlappende Zeitintervalle oder überlappende Zeitintervalle zu verwenden. Im ersten Fall sind die Intervalle unveränderlich. Im zweiten Fall ändern sich die Intervalle dynamisch, indem bei jedem Schritt in der Berechnung des Mittelwerts ein neues Intervall gebildet wird, welches gegenüber dem vorherigen um ein Element nach rechts verschoben ist. Dadurch erhält man eine größere Anzahl an Werten, über die der Mittelwert gebildet wird und die Berechnung der Allan-Varianz

4. Messungen ohne Glasfaser

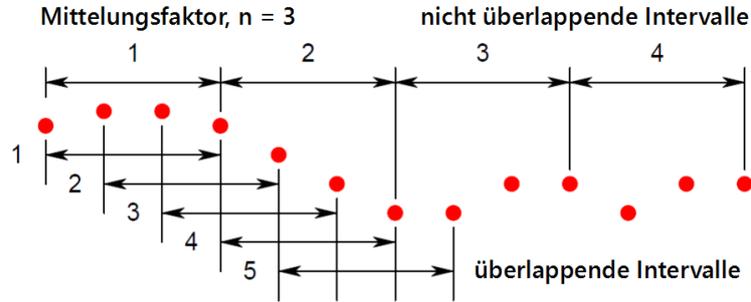


Abbildung 4.7.: Überlappende und nicht überlappende Zeitintervalle der Länge τ (entnommen aus [5])

ist genauer als bei nicht überlappenden Zeitintervallen. Daher habe ich mich für die Variante mit Überlapp entschieden. Es folgt für die diskrete Berechnung von $y(t)$ und $y(t + \tau)$:

$$y(k) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=k}^{k+n-1} \frac{x(j)}{x_0} \quad \text{und} \quad y(k+n) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=k+n}^{k+2n-1} \frac{x(j)}{x_0}$$

Darin ist k eine natürliche Zahl, da die Summe in $y(k=1)$ mit dem ersten Messwert $x(1)$ der Messdaten beginnen muss. Setzt man dies in 4.5 ein, so erhält man für die diskrete Berechnung der Allan-Varianz:

$$\sigma_x^2(n) = \frac{1}{2} \cdot \langle (y(k+n) - y(k))^2 \rangle = \frac{\sum_{k=1}^{N-2n+1} \left(\sum_{j=k+n}^{k+2n-1} x(j) - \sum_{j=k}^{k+n-1} x(j) \right)^2}{2 \cdot (N - 2n + 1) \cdot (n \cdot x_0)^2}$$

Darin ist N die Gesamtzahl aller Messpunkte. n kann nur so groß werden, dass die äußere Summe über k einen Summanden besitzt. Sei n_{max} der Maximalwert von n . Dann gilt $N - 2 \cdot n_{max} + 1 \geq 1$ mit $n_{max} = \lfloor N/2 \rfloor$. Für den Mittelungsfaktor n folgt daraus:

$$n \in \left\{ 1, 2, 3, \dots, \left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor \right\}$$

Nach 4.6 kann τ daher nur maximal die Hälfte der Gesamtmesszeit

$$T = N \cdot \Delta t$$

annehmen. Nun muss noch der Fehler der Allan-Varianz berechnet werden. Dazu verwende ich die Quelle [12]. Betrachtet man in Abbildung 4.7 bei den überlappenden Intervallen das Intervall 1, so wird jeweils Schritt für Schritt ein neues Intervall gebildet, das gegenüber dem vorherigen um ein Element nach rechts verschoben ist. Angenommen die Anzahl N an Messpunkten wäre ein ganzzahliges Vielfaches der

4. Messungen ohne Glasfaser

Intervalllänge n , dann können maximal nur $N - n$ Intervalle erzeugt werden, da die ersten n Messpunkte bereits zum Ausgangs-Intervall 1 gehören. Ist N kein ganzzahliges Vielfaches von n , können maximal nur $n \cdot \lfloor N/n \rfloor - n = n \cdot (\lfloor N/n \rfloor - 1)$ Intervalle gebildet werden. Dies ist folglich die Anzahl an Intervallen, über die die Allan-Varianz $\sigma_x^2(n)$ zu berechnen ist. Nach den Gesetzen der Statistik ergibt sich daraus für den Standardfehler der Allan-Varianz:

$$SE(\sigma_x^2(n)) = \frac{\sigma_x^2(n)}{\sqrt{n \cdot (\lfloor \frac{N}{n} \rfloor - 1)}} = \sqrt{\frac{\Delta t}{T - \tau(n)}} \cdot \sigma_x^2(n)$$

Dieser Fehler ist jedoch gegenüber der Allan-Varianz $\sigma_x^2(n)$ so gering, dass er in den meisten Abbildungen von Allan-Varianzen, aufgrund deren geringen Größe, nicht sichtbar ist. In den Abbildungen, in denen er auftaucht, ist er als Fehlerband um den Graphen gezeichnet. Dies wird von mir bei der Beschreibung des betreffenden Graphen explizit angegeben. Da das Messsignal die Ausgangsspannung $U_{Tp}(t)$ des Tiefpass ist, gilt $x(t) = U_{Tp}(t)$. Für die Normierung x_0 wählte ich die Spannungsamplitude \hat{U}_{Tp} als konstanten Bezugswert $x_0 = \hat{U}_{Tp}$.

Um das Verhalten der Allan-Varianz deuten zu können, ist es sinnvoll die Allan-Varianzen für verschiedene Anteile des Rauschens getrennt zu betrachten. Mit dem Messsignal ist dies nicht möglich. Daher entwickelte ich ein Rauschmodell, mit dem das Spannungssignal beispielhaft beschrieben werden soll. Die Formel für die Tiefpassspannung 3.3 auf Seite 15 muss dazu wie folgt abgewandelt werden:

$$U_{Tp}(t) = \hat{U}_{Tp} \cdot \cos(\Delta\phi(t)) + \varepsilon(t) \quad (4.7)$$

Darin ist $\varepsilon(t)$ ein zusätzlicher Anteil von weißem Rauschen, verursacht durch die Messelektronik. Aufgrund zufälliger Fluktuationen wird die Phasendifferenz $\Delta\phi(t)$ zeitlich verschoben und führt einen Random Walk [5] durch. Sei $r(t)$ eine solche Fluktuation zum Zeitpunkt t . Dann erhält man für die Phasendifferenz nach einem infinitesimalen Zeitschritt dt :

$$\Delta\phi(t + dt) = \Delta\phi(t) + r(t) \cdot dt$$

Daraus folgt, dass die Fluktuation $r(t)$ die zeitliche Ableitung der Phasendifferenz ist:

$$r(t) = \frac{\Delta\phi(t + dt) - \Delta\phi(t)}{dt} = \Delta\dot{\phi}(t) = \frac{d}{dt}(\Delta\varphi(t) - \varphi_0) = \Delta\dot{\varphi}(t)$$

Es wurde Gleichung 3.2 von Seite 15 eingesetzt mit dem konstanten Phasenanteil φ_0 . Das Ergebnis zeigt, dass $r(t)$ die zeitliche Frequenzschwankung $\Delta\dot{\varphi}(t)$ ist und für das Rauschmodell geschrieben werden kann als:

$$r(t) = \Delta\omega_{max} \cdot Z(-1, 1, t)$$

$\Delta\omega_{max}$ ist die maximale Frequenzänderung und $Z(-1, 1, t)$ eine Zufallszahl zwischen -1 und 1 zum Zeitpunkt t . Man erhält $\Delta\phi(t)$, indem man $r(t)$ über die Zeit t integriert. Bei

4. Messungen ohne Glasfaser

der Berechnung des Integrals entstehen aber aus $Z(-1, 1, t)$ immer neue Zufallswerte $r(t)$. Geht man einen Zeitschritt dt weiter, so ist nur der Wert $r(t + dt)$ ein neuer Zufallswert. Für kleinere Zeiten müssen die alten Werte verwendet werden, um einen stetigen Signalverlauf zu erhalten. Ein Ausweg ist die Berechnung diskreter Werte $\Delta\phi(n)$. Es wird zunächst eine Liste $R(n)$ aus N Zufallszahlen $Z(-1, 1, n)$ gebildet, von denen jede für einen bestimmten Zeitschritt

$$t(n) = n \cdot \Delta t, \quad n \in \{1, 2, 3, \dots, N\}$$

steht, mit der Schrittweite Δt . Diese Liste wird danach nicht mehr verändert und kann für die Berechnung des Random Walk genutzt werden. Für die Werte der Phasendifferenz erhält man auf diese Weise

$$\Delta\phi(n) = \Delta\phi_0 + \Delta\omega_{max} \cdot \Delta t \cdot \sum_{j=1}^n R(j) \quad (4.8)$$

mit der Ausgangsphasendifferenz $\Delta\phi_0$. Der Anteil $\varepsilon(t)$ des weißen Rauschens der Messelektronik kann wie folgt angegeben werden:

$$\varepsilon(n) = \Delta U_{Tp} \cdot Z'(-1, 1, n) \quad (4.9)$$

Darin ist ΔU_{Tp} der Fehler des Spannungssignals $U_{Tp}(t)$ und $Z'(-1, 1, n)$ eine weitere Zufallszahl zwischen -1 und 1. Setzt man 4.8 und 4.9 in 4.7 ein, so erhält man abschließend für das Rauschmodell:

$$U_{Tp}(t) = \hat{U}_{Tp} \cdot \cos \left(\Delta\phi_0 + \Delta\omega_{max} \cdot \Delta t \cdot \sum_{j=1}^n R(j) \right) + \Delta U_{Tp} \cdot Z'(-1, 1, n)$$

Wäre keinerlei Rauschen vorhanden ($\Delta\omega_{max} = \Delta U_{Tp} = 0$), so wäre die Spannung $U_{Tp}(t)$ konstant. Es würde $y(t) = y(t + \tau)$ gelten und die Allan-Varianz $\sigma_U^2(\tau)$ über die Spannungswerte wäre Null für alle Zeiten τ . Erst durch Rauscheffekte erhält man eine Allan-Varianz, die größer Null ist. Für \hat{U}_{Tp} und ΔU_{Tp} wählte ich die Werte wie sie auf Seite 23 angegeben sind. Die Ausgangsphasendifferenz legte ich auf $\Delta\phi_0 = \pi/2$ fest. Nach der Diskussion des Frequenzspektrums der Temperaturdrift auf Seite 28 handelt es sich bei dem Random Walk der Phase um einen Prozess sehr niedriger Frequenz und ich setzte $\Delta\omega_{max} = 1,885 \text{ s}^{-1}$. Dies entspricht einer Frequenz von 0,3Hz, welche etwa in der Mitte des Anstiegs im Rauschspektrum liegt, das in Abbildung 4.6 zu sehen ist. Abbildung 4.8 zeigt die verschiedenen Anteile des Rauschens im Rauschmodell für die Spannung $U_{Tp}(t)$ und die zugehörigen Allan-Varianzen $\sigma_U^2(\tau)$. Beim weißen Rauschen der Messelektronik unterscheiden sich die Mittelwerte $y(t)$ und $y(t+\tau)$ für kleine Zeiten τ noch voneinander. Die Spannung schwankt um Null Volt, so dass die Mittelwerte für große Zeiten τ jeweils gegen Null streben. Entsprechend sinkt die Allan-Varianz mit steigender Zeit τ . Beim Random Walk des Spannungssignals hingegen, werden bei zunehmender Messzeit t Schwankungen immer häufiger. Folglich steigt die Allan-Varianz mit der Zeit τ . Beide Rauscheffekte zusammen ergeben ein Minimum in der

4. Messungen ohne Glasfaser

Allan-Varianz bei etwa $\tau = 50$ ms. Für $\tau < 50$ ms überwiegt das hochfrequente weiße Rauschen und für $\tau > 50$ ms der Random Walk. Die Frage ist nun, was Minima in der Allan-Varianz konkret zu bedeuten haben.

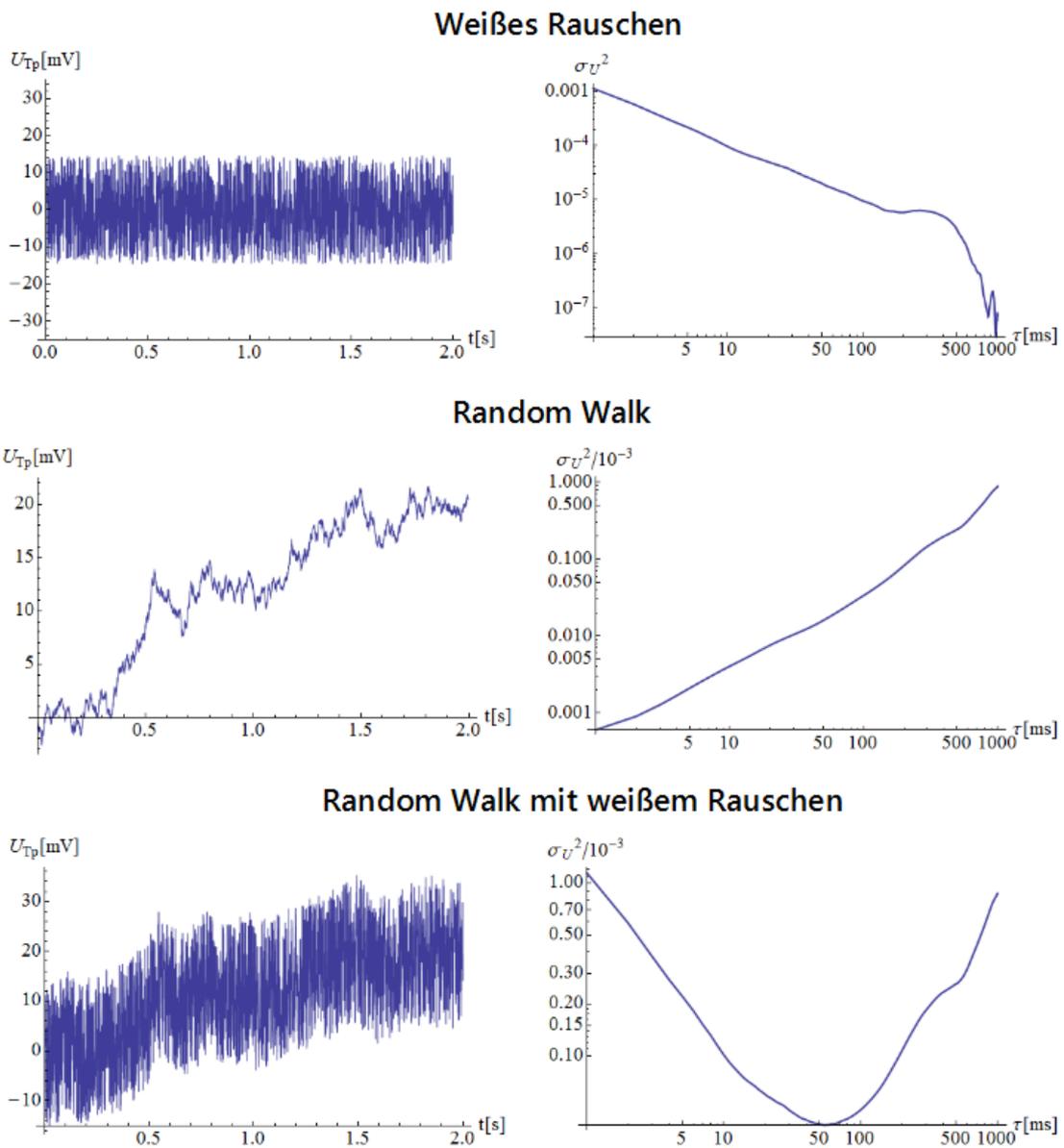


Abbildung 4.8.: Berechnung der Spannung U_{Tp} und der Allanvarianz σ_U^2 für das jeweilige Rauschmodell

Entspricht τ der Periodendauer einer Rauschquelle, so gilt aufgrund der Periodizität im Rauschsignal für die Mittelwerte $y(t) \approx y(t + \tau)$ (da im Allgemeinen noch andere

4. Messungen ohne Glasfaser

Rauschanteile dem Signal überlagert sind, gilt keine Gleichheit) und die Allan-Varianz besitzt ein lokales Minimum. Über diese Minima können folglich Rauschquellen identifiziert werden.

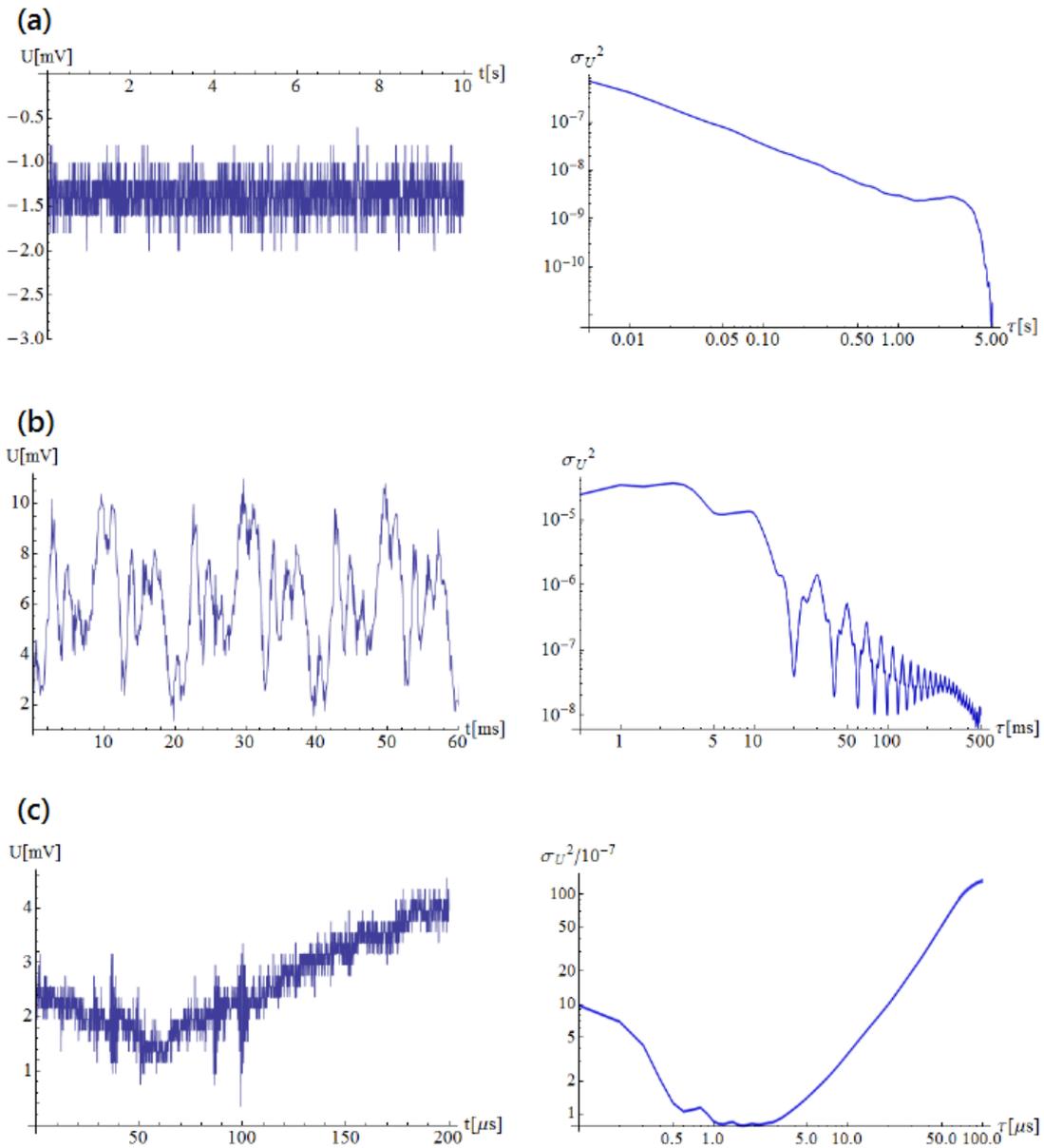


Abbildung 4.9.: Spannungssignale und daraus berechnete Allan-Varianzen der Messelektronik mit abgedunkelter Photodiode, (a) Oszilloskopspur ohne Messsignal, (b) und (c): Ausgangssignal des Tiefpass für unterschiedliche Messzeiten

Im vorherigen Abschnitt habe ich auf Seite 27 Messungen zur Bestimmung von Störef-

4. Messungen ohne Glasfaser

fekten durch die Messelektronik und die daraus berechneten Frequenzspektren beschrieben. Für die gleichen Messungen führte ich nun die Berechnung der Allan-Varianzen durch. Abbildung 4.10 zeigt jeweils auf der linken Seite den zeitlichen Spannungsverlauf und auf der rechten Seite die zugehörige Allan-Varianz. In (a) ist das weiße Rauschen der Oszilloskopspur ohne Eingangssignal am Oszilloskop dargestellt. Wie nach dem zuvor beschriebenen Rauschmodell zu erwarten ist, fällt die Allan-Varianz entsprechend mit steigendem τ ab. Teil (b) zeigt das 50Hz-Rauschen am Ausgang des Tiefpass. Dies wird durch die Periodendauer des Spannungssignals deutlich, welche 20ms beträgt, was gerade 50Hz entspricht. Der Graph der Allan-Varianz weist eine Oszillation auf, mit dem ersten lokalen Minimum bei $\tau = 20\text{ms}$, das ebenfalls die 50Hz Netzauschen widerspiegelt und zu der Annahme passt, dass sich Störquellen durch Minima in der Allan-Varianz identifizieren lassen. Betrachtet man in (c) einen Ausschnitt des Spannungssignals aus (b), so ist diesem weißes Rauschen überlagert. Passend zur Diskussion des Rauschmodells bildet die Allan-Varianz ein Minimum aus, das von $\tau = 0.5\mu\text{s}$ bis $\tau = 3\mu\text{s}$ reicht. Entsprechend sind Rauschanteile, verursacht durch die Messelektronik, im Frequenzbereich von 333kHz bis 2MHz zu erwarten.

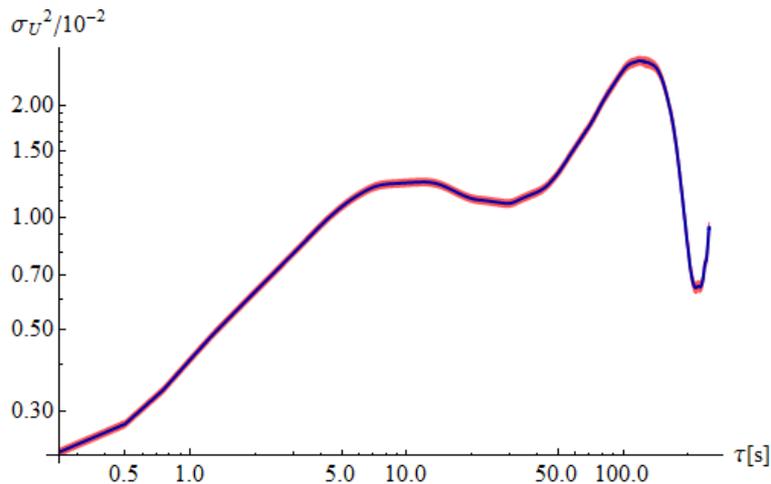


Abbildung 4.10.: Allanvarianz der Langzeitmessung des Tiefpasssignals

Aus der Ausgangsspannung des Tiefpass, welche bei der Langzeitmessung ermittelt wurde und die in Abbildung 4.3 auf Seite 24 zu sehen ist, kann nun die Allan-Varianz, gezeigt in Abbildung 4.10, berechnet werden. Der Graph selbst ist in Dunkelblau und das Fehlerband in Rot angegeben. Da im zeitlichen Spannungsverlauf der Random Walk der Spannung gegenüber dem ihm überlagerten weißen Rauschen der Elektronik dominiert, steigt die Allan-Varianz im Mittel mit zunehmendem τ an. Dies steht in Übereinstimmung mit der Diskussion des Random Walk im Rauschmodell.

Wie die unterschiedlichen Frequenzspektren der Ausgangsspannung des Tiefpass, so werde ich auch deren Allan-Varianzen für die Messung mit und ohne

4. Messungen ohne Glasfaser

Glasfaser in Kapitel 6 Abschnitt 6.2 vergleichen. Im folgenden Kapitel beschreibe ich die Änderung des Messaufbaus, das Spektrum des Photodiodensignals und die Neueichung der Tiefpassspannung für die Messungen mit eingebauter Glasfaser.

5. Messungen mit Glasfaser

Zur Messung mit Glasfaser musste ich den Versuchsaufbau, wie er in Abbildung 3.3 auf Seite 18 dargestellt ist, entsprechend anpassen. Darüber hinaus befasst sich dieses Kapitel, analog zu Kapitel 4 mit dem Frequenzspektrum der Photodiodenspannung und der Eichung der Tiefpassspannung. Die Glasfaser (PMC-780-4.7-NA013-3-APC-100-P) von Schäfer und Kirchhoff, welche eine Länge von 1m besitzt, baute ich zwischen der Blende und der Überlagerung der Strahlen ein, siehe Abbildung 5.1. Über zwei Spiegel wird der Laserstrahl in einen Faserkoppler geleitet, an dem die Glasfaser angeschlossen ist. Am anderen Ende befindet sich ein zweiter Faserkoppler, aus dem der Strahl austritt. Es zeigte sich, dass der Strahl dabei leicht divergierte. Dies ließ sich auch durch Verstellen der Linse im Faserkoppler am Ausgang der Glasfaser nicht verhindern. Durch Einsetzen einer Linse mit einer hohen Brennweite von $f = 1000\text{mm}$ in den Strahlengang wurde das Problem behoben. Da ich 52% des Lichts in die Faser einkoppeln konnte und durch deren zusätzliche Absorption, mussten die Teilstrahlen neu balanciert werden. Folglich ergab sich eine geringere Intensität des Gesamtstrahls, bestehend aus den überlagerten Teilstrahlen. Die Lichtleistung unmittelbar vor der Photodiode sank von $(1,011 \pm 0,001)\text{mW}$, beim Aufbau ohne Glasfaser, auf $(440 \pm 5)\mu\text{W}$.

In Abbildung 5.2 (a) ist der Signalpeak der Photodiodenspannung dargestellt. Die Erhöhung um den Peak ist nun deutlicher zu sehen als bei der Messung ohne Glasfaser und hat eine Breite von $(200 \pm 10)\text{kHz}$. Abbildung 5.2 zeigt den Peak in der Mitte der Erhebung bei einer höheren Auflösung. Im Gegensatz zur Messung ohne Glasfaser ist er hier mit $(1000 \pm 50)\text{Hz}$ deutlich verbreitert. Dies ist daher auf zusätzliche Rauscheffekte zurückzuführen, welche durch die Glasfaser verursacht werden.

Die geringere Leistung des Laserlichts verursachte eine vom Betrag her kleinere minimale bzw. maximale Ausgangsspannung des Tiefpass als bei der Messung ohne Glasfaser, was durch Abbildung 5.3 verdeutlicht wird (vergleiche mit Abbildung 4.2 auf Seite 22). Zudem konnte nur für einen wesentlich kleineren Zeitbereich als bei der Messung ohne Glasfaser das Spannungssignal als waagrechte Linie angenommen werden, da die Glasfaser das Phasenrauschen erheblich verstärkte. Schließlich berechnete ich auf die gleiche Weise die Offsetspannung $U_{T_{poff}}$ und Amplitude \hat{U}_{T_p} des Tiefpasssignals, wie ich es in Kapitel 4 beschrieben habe und erhielt

$$U_{T_{poff}} = (-1,008 \pm 3,218)\text{mV} \quad \text{und} \quad \hat{U}_{T_p} = (89,929 \pm 5,967)\text{mV} ,$$

wobei der Fehler der Amplitude gleichzeitig der Fehler ΔU_{T_p} der Messwerte des Spannungssignals $U_{T_p}(t)$ ist:

$$\Delta U_{T_p} = 5,967\text{mV}$$

5. Messungen mit Glasfaser

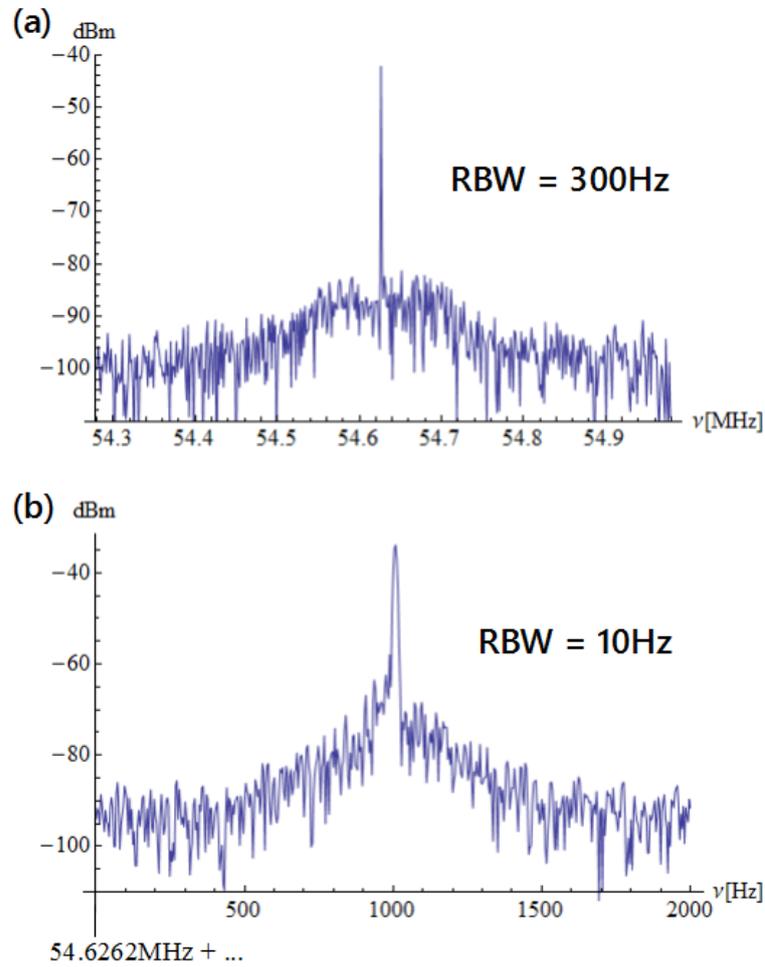


Abbildung 5.2.: Frequenzspektren des Schwebungssignals der Photodiode

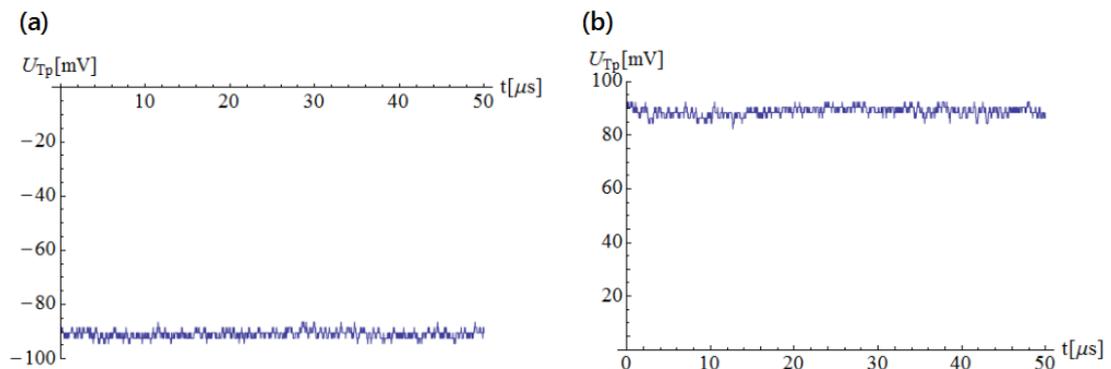


Abbildung 5.3.: Eichung des Spannungssignals des Tiefpass, (a) minimaler Spannungswert, (b) maximaler Spannungswert

5. Messungen mit Glasfaser

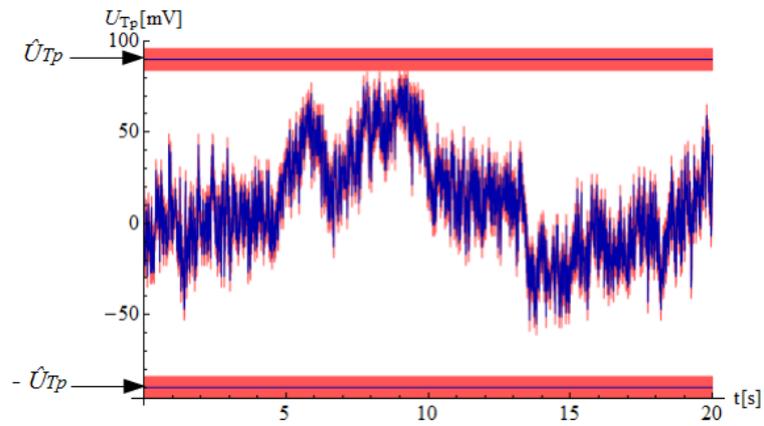


Abbildung 5.4.: zeitlicher Verlauf der Ausgangsspannung des Tiefpass

Minimalwert $-\hat{U}_{Tp}$ lief, was eine unbestimmte Phase bedeuten würde. Die aus den einzelnen Messungen berechneten Frequenzspektren und Allan-Varianzen beschreibe ich im folgenden Kapitel 6. Dort können sie direkt mit den Spektren und Allan-Varianzen verglichen werden, die ich aus den Messungen ohne Glasfaser erhalten habe.

6. Vergleich der Messergebnisse

Nun vergleiche ich die aus den Messdaten der Ausgangsspannung des Tiefpass mit und ohne Glasfaser berechneten Frequenzspektren und Allan-Varianzen. Auf diese Weise können im jeweiligen Fall Störquellen identifiziert und die Veränderungen des Phasenrauschens durch die Glasfaser beobachtet werden. Dazu stelle ich im Abschnitt 6.1 die Frequenzspektren, die für den gleichen Frequenzbereich mit gleicher Auflösung ermittelt wurden einander gegenüber. In Abschnitt 6.2 sind die Allan-Varianzen, die den gleichen Zeitbereich einmal ohne und einmal mit Glasfaser betreffen, in das Gleiches σ^2 - τ -Diagramm eingetragen. Dadurch können sie direkt miteinander verglichen werden. Die Darstellung der Frequenzspektren in einem Diagramm war im zeitlichen Rahmen der Bachelorarbeit nicht möglich, da das Laserlicht, das auf die Photodiode trifft, mit eingebauter Glasfaser eine niedrigere Leistung als ohne Faser besaß. Für die Darstellung in einem Diagramm hätten die Spektren daher zuerst auf eine gleiche Normierung gebracht werden müssen, was nur sehr schwer zu realisieren ist.

6.1. Vergleich der Frequenzspektren

In Abbildung 6.1 sind die Frequenzspektren abgebildet, wobei sich jeweils das Spektrum der Spannungsdaten ohne Glasfaser auf der linken Seite und das Spektrum der Spannungsdaten mit Glasfaser auf der rechten Seite befindet. Die Teilabbildungen (a) bis (d) zeigen beide Spektren in einem bestimmten Frequenzbereich mit der zugehörigen Auflösungsbandbreite RBW.

In (a) ist der niederfrequente Effekt der Temperaturdrift zu sehen, der eine Anhebung des Spektrums zu 0Hz hin verursacht, welche im einstelligen Hz-Bereich liegt. Es ist zu erkennen, dass die Glasfaser zwar nicht eine Verbreiterung des Spektrums, aber dessen Anhebung gegenüber dem Spektrum ohne Glasfaser verursacht. Ab etwa 10Hz ist das Rauschen der Temperaturdrift abgeklungen und das dBm-Signal kann in beiden Graphen als waagrechter Verlauf angenommen werden. Bildet man über diesen Bereich jeweils den Mittelwert, so stellt man fest, dass das Signal durch die Glasfaser um $(5,5 \pm 2,5)$ dBm angehoben wird. Der Fehler ergibt sich dabei als Ablesefehler aus dem Diagramm.

Teil (b) zeigt im Spektrum, das ohne Faser bestimmt wurde, einen Peak bei 50Hz und bei 150Hz. Dies ist der Effekt des 50Hz-Rauschens der Netzspannung, den ich bereits in Kapitel 4 Abschnitt 4.1 auf Seite 27 beschrieben habe. Der Peak bei 150Hz ist demnach eine höhere Harmonische. Er war schon im Spektrum in Abbildung 4.4 auf Seite 25 zu sehen, welches mit dem Spektrumanalysator aufgenommen wurde, während der 50Hz-Peak dort nicht auftauchte. Der Grund dafür ist die hohe Auflösung von $RBW = 200$ mHz, die sich aus der Berechnung des Spektrums mittels FFT ergibt.

6. Vergleich der Messergebnisse

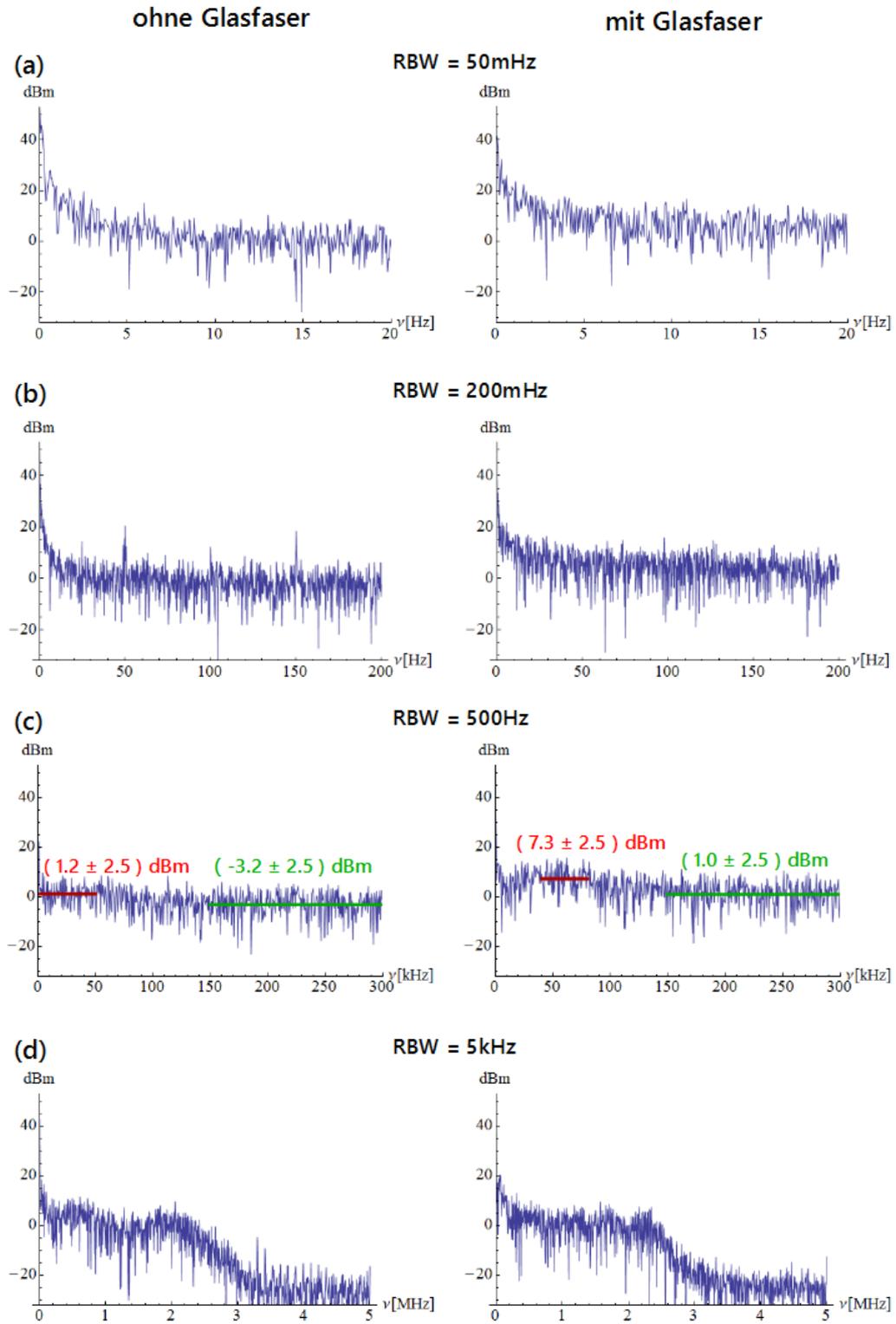


Abbildung 6.1.: Frequenzspektren der Ausgangsspannung des Tiefpass für den Messaufbau mit und ohne Glasfaser

6. Vergleich der Messergebnisse

Die maximale Auflösung des Spektrumanalysators war mit $RBW = 10\text{Hz}$ dagegen sehr viel geringer. In der Messung mit Glasfaser sind die Peaks des Netzrauschens nicht mehr zu sehen. Da das Licht der Deckenlampen im Labor, wenn es auf die Photodiode fällt, ebenfalls 50Hz-Rauschen verursacht, könnte man davon ausgehen, dass bei der Messung mit Glasfaser die betreffende Lampe, die zuvor als Störquelle wirkte, ausgeschaltet war. Diese Annahme steht jedoch im Widerspruch zu den Messergebnissen in Abbildung 4.5 auf Seite 28 die zeigen, dass das 50Hz-Rauschen auch bei abgedunkelter Photodiode zu beobachten ist. Demnach wirkt sich das Netzrauschen auch über die Netzteile, die die Versorgungsspannungen für die Komponenten der Messelektronik bereitstellen, auf das Signal aus. Es müsste daher auch im Spektrum, das mit eingebauter Glasfaser aufgenommen wurde, zu sehen sein. Der Grund warum dies nicht so ist ist möglicherweise, dass die Peaks durch die geringere Lichtleistung gegenüber der Messung ohne Glasfaser abgeschwächt werden, während das Spektrum gleichzeitig durch die Faser angehoben wird. Sie verschwinden daher im Untergrund des Spektrums.

Vergleicht man die Formel 3.1 zur Berechnung der Ausgangsspannung der Photodiode $U_{ph}(t)$ mit der Formel 3.3 zur Berechnung der Ausgangsspannung des Tiefpass $U_{Tp}(t)$, so ist $U_{ph}(t)$ bis auf die Amplitude die um die Kreisfrequenz ω_{AOM} schneller oszillierende Spannung $U_{Tp}(t)$, da beide das gleiche Phasenrauschen $\Delta\phi(t)$ enthalten. Dem zur Folge muss auch das Frequenzspektrum des Tiefpass beginnend ab 0Hz mit dem Frequenzspektrum der Photodiode ab der Frequenz $\nu = \omega_{AOM}/2 \cdot \pi$, bei der der Peak des Laserlichts liegt, vergleichbar sein. Eine direkte Entsprechung existiert jedoch nicht, da wie bereits erwähnt, die Amplituden der Spannungssignale unterschiedlich sind und die Messelektronik das Signal auf dem Weg von der Photodiode bis zum Ausgang des Tiefpass weiter beeinflusst. Es muss aber prinzipiell möglich sein Anteile in den hier beschriebenen Spektren der Tiefpassspannung mit den Spektren des Photodiodensignals in den Abbildungen 4.1 und 5.2 in Verbindung zu bringen. Abbildung 6.1 (c) zeigt, dass das Spektrum sowohl bei der Messung ohne als auch bei der Messung mit Glasfaser im Bereich $\nu < 100\text{kHz}$ gegenüber dem Bereich $\nu > 100\text{kHz}$ angehoben ist. Dies entspricht der Erhebung, die bereits in den Spektren der Photodiode in Abbildung 4.1 und 5.2 symmetrisch um den Peak beobachtet wurde und die gerade eine halbe Breite von etwa 100kHz besitzt.

Abbildung 6.1 (d) zeigt die Spektren im MHz-Bereich. Zu sehen ist wie das Signal bei 2GHz beginnend mit steigender Frequenz abfällt. Die Ursache dafür ist der Tiefpass (SLP-1.9+), der nur Signale passieren lässt, deren Frequenz kleiner als 1,9GHz ist. Das Datenblatt zum Tiefpass befindet sich im Anhang A.1. Abschließend kann man festhalten, dass die Glasfaser zwar keine zusätzlichen Störquellen in das System ein-koppelt, jedoch zeigt die generelle Anhebung des Signals im Frequenzspektrum, dass sie bereits existierende Rauschphänomene verstärkt.

6.2. Vergleich der Allan-Varianzen

In diesem Abschnitt vergleiche ich die aus den Messdaten gewonnenen Allan-Varianzen. Insgesamt konnten nur zwei lokale Minima in den Allan-Varianzen, die aus den Spannungssignalen des Tiefpass mit und ohne eingebauter Glasfaser berechnet wurden, beobachtet werden. Dies sind in Abbildung 6.2 zu sehen. Darin ist die Allan-Varianz der Messung ohne Glasfaser blau und die der Messung mit Glasfaser rot dargestellt. Man sieht, dass der rote Graph für alle Zeiten τ oberhalb des blauen Graphen liegt und dass in (b) die Positionen der Minima auf der τ -Achse näherungsweise übereinstimmen. In (a) liegt das Minimum des blauen Graphen bei $\tau = 20\text{ms}$, was einer Frequenz von 50Hz entspricht. Diese Allan-Varianz zeigt folglich den Effekt des 50Hz-Rauschens der Netzspannung. Demgegenüber ist das Minimum des roten Graphen leicht zu größerem τ (40 - 100 ms) und damit niedrigeren Frequenzen (10 - 25)Hz verschoben.

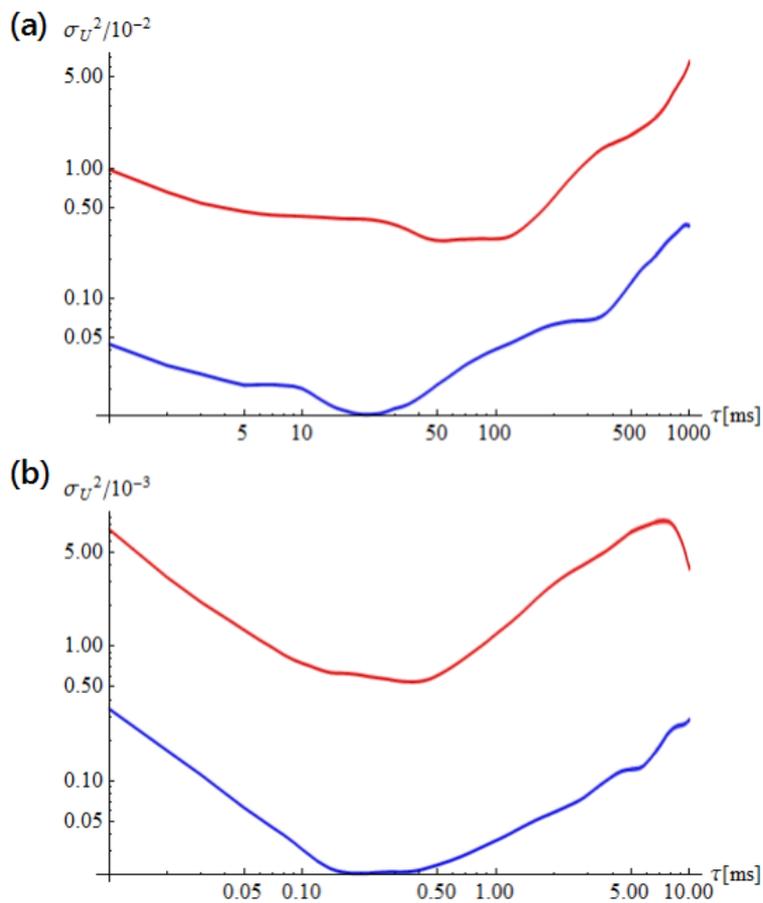


Abbildung 6.2.: Allan-Varianzen der Ausgangsspannung des Tiefpass für den Messaufbau mit (roter Graph) und ohne Glasfaser (blauer Graph)

6. Vergleich der Messergebnisse

Diese Frequenzen lassen sich jedoch mit keiner möglichen Quelle in Verbindung bringen. Wie im vorherigen Abschnitt gezeigt, taucht im Frequenzspektrum der Messung mit Glasfaser das Netzrauschen nicht auf, so dass die genaue Position des hier betrachteten Minimums auf der τ -Achse offenbar wenig aussagekräftig ist.

Die Minima der beiden Graphen in (b) liegen in einem Zeitbereich von $\tau = 200\mu\text{s}$ bis $\tau = 400\mu\text{s}$ und entsprechen daher Frequenzen von 2,5kHz bis 5kHz. Da das menschliche Gehör Frequenzen zwischen 20Hz und 20kHz wahrnehmen kann [13], handelt es sich offenbar um akustische Effekte, die von Störquellen in der Umgebung des Messaufbaus stammen.

Die zeitliche Übereinstimmung der Minima in (b) und dass sich in (a) und (b) der rote Graph etwa um einen konstanten Faktor vom blauen Graphen unterscheidet zeigen, dass die Glasfaser keine neuen Rauscheffekte verursacht, sondern nur bereits bestehende Rauscheffekte verstärkt. Dies passt zu den Ergebnissen aus dem Vergleich der Frequenzspektren im vorherigen Abschnitt.

7. Zusammenfassung und Ausblick

In der Forschungsgruppe “Experimentelle Quantenoptik und Quanteninformation” von Prof. Dr. Patrick Windpassinger in der Arbeitsgruppe QUANTUM soll ein optisches Gitter aufgebaut werden, um damit ^{87}Rb -Atome zu fangen und in eine Hohlkernfaser zu führen. Dabei führen jedoch zeitlich schwankende Brechungsindizes der Luft und der optischen Bauteile zu Phasenrauschen, was unkontrollierte Verschiebungen des optischen Gitters mit darin befindlichen Atomen verursachen würde.

Ziel dieser Arbeit ist es daher das zu erwartende Phasenrauschen zu quantifizieren. Dazu baute ich ein Zweistrahl-Laserinterferometer auf. Dessen Ausgangssignal wurde detektiert, um mit einem Spektrumanalysator das zugehörige Frequenzspektrum zu messen, bzw. um das Frequenzspektrum mit Hilfe der schnellen Fouriertransformation aus dem Signal zu berechnen. Darüber hinaus lieferte noch die Berechnung von Allan-Varianzen eine Möglichkeit das Rauschen zu analysieren. Einfluss auf das Phasenrauschen hatte die Temperaturdrift der Phase, das 50Hz-Rauschen der Netzspannung und akustische Störquellen, sowie die Signalleitungen des Messaufbaus selbst, die aufgrund der verwendeten hohen Frequenzen untereinander als Sender und Empfänger wirken konnten.

Da im späteren Aufbau des optischen Gitters Glasfasern verwendet werden sollen, baute ich eine solche Faser im Verlauf der Arbeit in das Interferometer ein, um zu untersuchen wie sich dies auf das Phasenrauschen auswirkt. Es zeigte sich, dass die Faser das bereits vorhandene Rauschen verstärkt, aber keine weiteren Rauscheffekte verursacht.

Um die Berechnung der Allan-Varianzen zu verbessern, wäre es möglich gewesen für die selbe Messzeit mehrere Signale des Phasenrauschens aufzunehmen, zu jedem die Allan-Varianz zu berechnen und danach den statistischen Mittelwert der Allan-Varianz zu bilden, um zufällige Schwankungen auszuschließen. Dies war jedoch im zeitlichen Rahmen der Bachelorarbeit nicht möglich und kann in darauf folgenden Arbeiten durchgeführt werden. Die daraus und aus dieser Bachelorarbeit gewonnenen Erkenntnisse können danach genutzt werden, um eine geeignete Regelungselektronik zur Phasenstabilisierung des optischen Gitters aufzubauen.

A. Anhang

A.1. Datenblätter

Narrow Band Phase Shifter

50Ω 180° Voltage Variable 36 to 54 MHz

JSPHS-51+



CASE STYLE: BK276
PRICE: \$32.95 ea. QTY (1-9)

+RoHS Compliant
The +Suffix identifies RoHS Compliance. See our web site for RoHS Compliance methodologies and qualifications

Maximum Ratings

Operating Temperature	-40°C to 85°C
Storage Temperature	-55°C to 100°C
RF Input Power	20 dBm max.
Control Voltage	18V

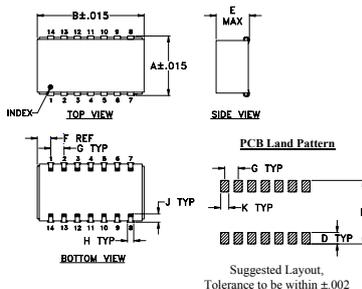
Permanent damage may occur if any of these limits are exceeded.

Pin Connections

IN	1
OUT	7
BIAS	4,6^
GROUND	2,3,5,8,9,10,11,12,13,14

^ proper operation is achieved with pins 4 or 6 or both connected to BIAS.

Outline Drawing

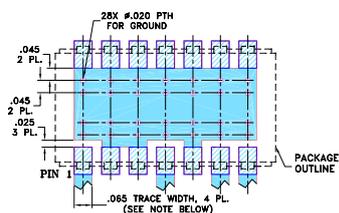


Outline Dimensions (inch / mm)

A	B	C	D	E	F	G
.450	.803	--	.100	.250	.102	.100
11.43	20.40	--	2.54	6.35	2.59	2.54

H	J	K	L	wt
.047	.065	.065	.470	grams
1.19	1.65	1.65	11.94	3.0

Demo Board MCL P/N: TB-122+ Suggested PCB Layout (PL-030)



- NOTE: 1. TRACE WIDTH IS SHOWN FOR ROGERS RO4350B WITH DIELECTRIC THICKNESS 0.030" ± 0.002"; COPPER: 1/2 OZ. EACH SIDE. FOR OTHER MATERIALS TRACE WIDTH MAY NEED TO BE MODIFIED.
2. BOTTOM SIDE OF THE PCB IS CONTINUOUS GROUND PLANE.
DENOTES PCB COPPER LAYOUT WITH SMOBC (SOLDER MASK OVER BARE COPPER)
DENOTES COPPER LAND PATTERN FREE OF SOLDER MASK

Notes

- A. Performance and quality attributes and conditions not expressly stated in this specification document are intended to be excluded and do not form a part of this specification document.
B. Electrical specifications and performance data contained in this specification document are based on Mini-Circuits' applicable established test performance criteria and measurement instructions.
C. The parts covered by this specification document are subject to Mini-Circuits standard limited warranty and terms and conditions (collectively, "Standard Terms"); Purchasers of this part are entitled to the rights and benefits contained therein. For a full statement of the Standard Terms and the exclusive rights and remedies thereunder, please visit Mini-Circuits' website at www.minicircuits.com/MCLStore/terms.jsp

Features

- low insertion loss, 1.2 dB typ.
- good VSWR, 1.3 typ.
- solder-plated J-leads for excellent solderability and strain relief
- aqueous washable

Applications

- IF signal processing

Phase Shifter Electrical Specifications

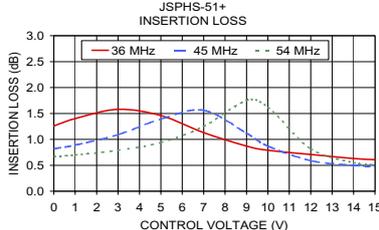
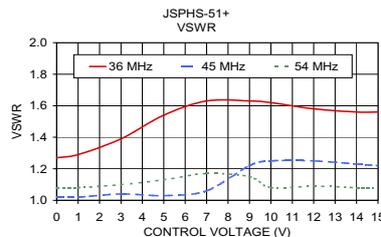
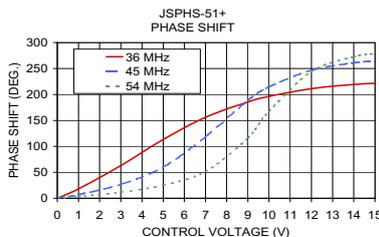
FREQUENCY (MHz)	PHASE RANGE (Degrees)	INSERTION LOSS (dB)		CONTROL VOLTAGE (V)	CONTROL BANDWIDTH (kHz)	VSWR (:1)	
		Typ.	Max.			Typ.	Max.
36-54	180	1.2	2.5	0-12	DC-50	1.2	1.8

Maximum operating power, 0 dBm
DC input resistance at Control port: 9.3k ohms typ.

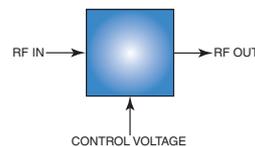
Typical Performance Data

Control Voltage (V)	Phase Shift* (Degrees)			VSWR (:1)			Insertion Loss (dB)		
	36 MHz	45 MHz	54 MHz	36 MHz	45 MHz	54 MHz	36 MHz	46 MHz	54 MHz
0.0	0.00	0.00	0.00	1.27	1.02	1.08	1.26	0.82	0.67
1.0	18.04	7.16	3.25	1.29	1.02	1.08	1.40	0.89	0.70
3.0	62.86	26.70	11.66	1.39	1.04	1.10	1.58	1.09	0.79
5.0	113.34	59.95	25.08	1.54	1.03	1.13	1.46	1.39	0.94
7.0	155.95	118.73	51.60	1.63	1.06	1.17	1.13	1.56	1.25
9.0	185.56	188.68	116.21	1.63	1.22	1.15	0.87	1.12	1.75
10.0	196.22	214.66	168.00	1.62	1.25	1.08	0.79	0.87	1.62
12.0	211.20	246.54	244.09	1.58	1.25	1.09	0.71	0.59	0.82
14.0	219.23	260.98	272.59	1.56	1.23	1.08	0.63	0.50	0.55
15.0	221.44	264.40	278.57	1.56	1.22	1.08	0.61	0.48	0.51

* Normalized at control voltage = 0V



electrical schematic



Coaxial Low Pass Filter

SLP-1.9+

50Ω DC to 1.9 MHz

Maximum Ratings

Operating Temperature	-55°C to 100°C
Storage Temperature	-55°C to 100°C
RF Power Input	0.5W max.

Permanent damage may occur if any of these limits are exceeded.

Features

- good attenuation rate, 1.35 typ. 20dB/ 3dB BW ratio
- rugged shielded case
- other SLP models available with wide selection of cut-off frequencies

Applications

- lab use
- test equipment
- video equipment



CASE STYLE: FF99			
Connectors	Model	Price	Qty.
SMA	SLP-1.9+	\$36.95 ea.	(1-9)

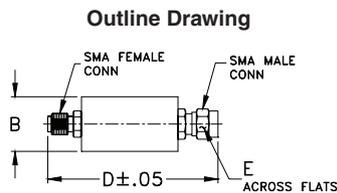
+ RoHS compliant in accordance with EU Directive (2002/95/EC)

The +Suffix has been added in order to identify RoHS Compliance. See our web site for RoHS Compliance methodologies and qualifications.

Low Pass Filter Electrical Specifications

PASSBAND (MHz)	f _{co} (MHz) Nom.	STOPBAND (MHz)		VSWR (:1)	
		(loss > 20 dB)	(loss > 40 dB)	Passband Typ.	Stopband Typ.
DC-1.9	2.5	3.4-4.7	4.7-200	1.7	18

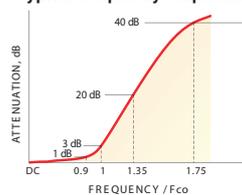
1 dB compression at +13 dBm input power



Outline Dimensions (inch mm)

B	D	E	wt
.67	1.98	.312	grams
17.02	50.29	7.92	42.0

typical frequency response

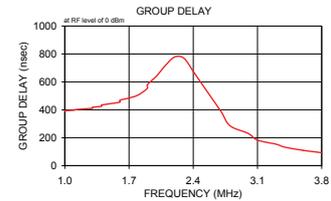
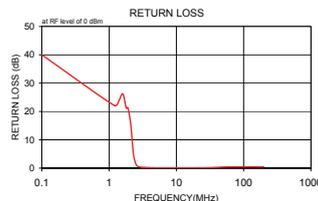
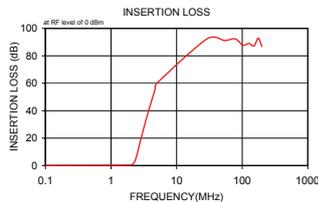


electrical schematic



Typical Performance Data

Frequency (MHz)	Insertion Loss (dB)		Return Loss (dB)	Frequency (MHz)	Group Delay (nsec)
	\bar{x}	σ			
0.10	0.09	0.01	40.00	1.00	390.94
1.20	0.24	0.02	22.11	1.00	393.92
1.40	0.26	0.01	23.88	1.10	397.21
1.60	0.31	0.01	26.19	1.10	400.27
1.80	0.40	0.02	21.19	1.20	406.34
1.90	0.45	0.02	21.37	1.30	410.76
2.10	0.75	0.12	15.39	1.30	417.77
2.30	2.93	0.75	5.05	1.40	425.39
2.50	8.32	1.21	1.43	1.40	434.33
2.70	14.69	1.17	0.59	1.50	444.37
2.80	17.71	1.12	0.45	1.60	455.27
3.00	23.30	1.01	0.32	1.60	468.79
3.10	25.89	0.96	0.29	1.70	484.50
3.30	30.68	0.90	0.24	1.80	506.65
3.40	32.92	0.87	0.22	1.90	554.15
3.60	37.12	0.84	0.20	1.90	579.78
3.80	41.00	0.81	0.18	2.00	642.41
4.00	44.61	0.79	0.17	2.10	720.76
4.30	49.67	0.81	0.15	2.20	779.41
4.50	52.78	0.80	0.14	2.30	768.87
4.70	55.74	0.88	0.13	2.40	675.19
5.00	60.00	0.96	0.11	2.50	579.64
29.40	92.50	4.17	0.17	2.70	390.84
53.80	91.19	3.63	0.42	2.80	286.22
78.10	92.39	2.10	0.45	3.00	230.56
102.50	87.80	2.75	0.46	3.10	182.81
126.90	89.05	3.87	0.47	3.30	153.96
151.30	87.17	2.60	0.46	3.40	132.22
175.60	92.87	7.14	0.44	3.60	109.19
200.00	86.82	4.04	0.44	3.80	92.80



Mini-Circuits®
ISO 9001 ISO 14001 AS 9100 CERTIFIED

P.O. Box 350166, Brooklyn, New York 11235-0003 (718) 934-4500 Fax (718) 332-4661 The Design Engineers Search Engine Provides ACTUAL Data Instantly at minicircuits.com

IFIR® MICROWAVE COMPONENTS

Notes: 1. Performance and quality attributes and conditions not expressly stated in this specification sheet are intended to be excluded and do not form a part of this specification sheet. 2. Electrical specifications and performance data contained herein are based on Mini-Circuit's applicable established test performance criteria and measurement instructions. 3. The parts covered by this specification sheet are subject to Mini-Circuit's standard limited warranty and terms and conditions (collectively, "Standard Terms"). Purchasers of this part are entitled to the rights and benefits contained therein. For a full statement of the Standard Terms and the exclusive rights and remedies thereunder, please visit Mini-Circuit's website at www.minicircuits.com/MCLStore/terms.jsp.

For detailed performance specs & shopping online see web site

REV. B
M113397
SLP-1.9+
090821

Literaturverzeichnis

- [1] S Vorrath, S A Möller, P Windpassinger, K Bongs and K Sengstock, “Efficient guiding of cold atoms through a photonic band gap fiber”, *New Journal of Physics* 12, 2010.
- [2] Shoichi Okaba, Tetsushi Takano, Fetah Benabid, Tom Bradley, Luca Vincetti, Zakhar Maizelis, Valery Yampol’skii, Franco Nori and Hidetoshi Katori, “Lamb-Dicke spectroscopy of atoms in a hollow-core photonic crystal fibre”, *Nature Communications* 5, 2014.
- [3] Maciej Lewenstein, Anna Sanpera & Verònica Ahufinger, “Ultracold Atoms in Optical Lattices, Simulating Quantum Many-Body Systems”, Oxford University Press, 2012.
- [4] Helmut Langfischer, Diplomarbeit, “Frequenzstabilisierung eines Diodenlasers bei 650 nm zur Spektroskopie an einzelnen Barium-Ionen”, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck, 1998.
- [5] W. J. Riley, “NIST Special Publication 1065, Handbook of Frequency Stability Analysis”, NIST National Institute of Standards and Technology, U.S. Department of Commerce.
- [6] Firma Rohde & Schwarz GmbH & Co. KG, “Time Domain Oscillator Stability Measurement Allan variance, Application Note”.
- [7] Georg A. Reider, “Photonik: Eine Einführung in die Grundlagen”, Springer, 3. Auflage, 2012.
- [8] Crispin W. Gardiner, Peter Zoller, “Quantum noise: a handbook of Markovian and non-Markovian quantum stochastic methods with applications to quantum optics”, Springer, 2. Auflage, 2000.
- [9] Rudolf Gross, Achim Marx, “Festkörperphysik”, De Gruyter, 2., aktualisierte Auflage, 2014.
- [10] Christina Meyer, “Aufbau einer Magneto-Optischen Falle”, Bachelorarbeit, Johannes Gutenberg-Universität, Mainz, 2015.
- [11] Christoph Rauscher, Volker Janssen, Roland Minihold, “Grundlagen der Spektrumanalyse”, Rohde & Schwarz GmbH & Co. KG, 1. Auflage, 2000.
- [12] Fabian Czerwinski, Andrew C. Richardson, Lene B. Oddershede, “Quantifying Noise in Optical Tweezers by Allan Variance”, Niels Bohr Institut, Universität von Kopenhagen, 2009.

Literaturverzeichnis

- [13] Paul A. Tipler, Gene Mosca, “Physik: Für Wissenschaftler und Ingenieure”, Spektrum Akademischer Verlag, 2. deutsche Auflage herausgegeben von Dietrich Pelte, 2006.

Danksagung

Ich möchte hiermit allen Menschen danken, die mich beim Schreiben meiner Bachelorarbeit unterstützt haben.

Mein besonderer Dank geht an Herrn Prof. Dr. Patrick Windpassinger, der es mir ermöglicht hat meine Bachelorarbeit in seiner Forschungsgruppe „Experimentelle Quantenoptik und Quanteninformation“ der Arbeitsgruppe QUANTUM zu schreiben und der mir wertvolle Ratschläge zur Betrachtung der physikalischen Zusammenhänge gab. Darüber hinaus danke ich Herrn Prof. Dr. Klaus Wendt, der sich bereit erklärte das Zweitgutachten für meine Arbeit zu erstellen.

Mein Dank gilt auch Maria Langbecker und Mohammad Noaman, die mich mit ihrem Wissen bei dem Aufbau der Messumgebung und der mathematischen Verarbeitung der Messsignale unterstützten, sowie allen anderen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern der Forschungsgruppe, von denen jeder bereit war mir bei Fragen zu helfen.

Schließlich bedanke ich mich bei meiner Schwester Rebecca Kirsch und bei Maria Langbecker für das zeitaufwändige Korrekturlesen des Textes.