# Programmierung und Implementierung einer flexiblen AOM-Ansteuerung

von

# Florian Stuhlmann

Bachelorarbeit in Physik vorgelegt dem Fachbereich Physik, Mathematik und Informatik (FB 08) der Johannes Gutenberg-Universität Mainz am 23. Dezember 2016

Gutachter: Prof. Dr. Patrick Windpassinger
 Gutachter: Prof. Dr. Jochen Walz

Ich versichere, dass ich die Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie Zitate kenntlich gemacht habe.

 ${\rm Mainz},\,{\rm den}$ 

Florian Stuhlmann QUANTUM Institut für Physik Staudingerweg 7 Johannes Gutenberg-Universität D-55099 Mainz fstuhlma@students.uni-mainz.de

# Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung	1					
2.	Hauptteil						
	2.1. Grundkonzepte	3					
	2.1.1. Optisches Gitter	3					
	2.1.2. Versuchsaufbau	5					
	2.2. Aufbau des FlexDDS-NG	7					
	2.3. Programmierung und Messung der Frequenzrampen	9					
	2.3.1. Programmierung	9					
	2.3.2. Messung	16					
	2.4. Atomtransport mit verschiedenen Frequenzrampen	21					
3.	Fazit und Ausblick	38					
Α.	Anhang	39					
	A.1. Beispielcode	39					
В.	. Literaturverzeichnis 4						
C.	. Danksagung 4						

# 1. Einleitung

Die präzise Kontrolle der Freiheitsgrade von Atomen ist für viele atomphysikalische Experimente eine zentrale Anforderung. Insbesondere das Fangen und der Transport von neutralen Atomen stellt aufgrund schwächerer Wechselwirkungen eine zusätzliche Herausforderung dar. Die vorliegende Methode des Fangens kalter Atome in einer Dipolfalle und des Transportes über ein "optisches Förderband" (engl. *optical conveyor belt* in der Originalveröffentlichung) wurde in der Gruppe von Prof. Meschede erstmals durchgeführt und beschrieben (vgl. [12]). Dabei wurde der Transport in einer Vakuumkammer untersucht.

Eine Möglichkeit, Atome zu transportieren, besteht darin, ihre Bewegung in einem Gaußschen Strahl in Richtung des Intensitätsmaximums zu nutzen. Dieses ist durch die Rayleigh-Zone begrenzt und weist eine recht große Ausdehnung auf, die Lokalisierung der Atome ist dadurch begrenzt. Der Transportvorgang findet bei dieser Methode weitgehend unkontrolliert statt, ein Zurückbewegen der Atome ist nicht möglich.

Der Vorteil des optischen Förderbandes, wie es die Gruppe von Prof. Meschede realisiert hat, ist die Möglichkeit, Atome gezielt in eine Richtung, aber auch in die Gegenrichtung zu bewegen. Damit ist die Methodik grundsätzlich auch geeignet, Atome in eine Hohlkernfaser hinein- und auch wieder heraus zu transportieren. So verwenden Okaba et al. [10] die Methode, um Strontiumatome durch eine Hohlkernfaser zu transportieren. Ebenfalls wurde der Transport entlang einer Nanofaser mit Cäsiumatomen demonstriert [11].

Das vorliegende Experiment untersucht Wechselwirkungen von Rydberg-Atomen in Hohlkernfasern [7]. Dazu wird das Element Rubidium <sup>87</sup>Rb verwendet. Gegenwärtiger Schwerpunkt des Experiments ist das Verständnis der Wechselwirkungen der Rb-Atome mit der Faseroberfläche. Um die Atome positionsgenau an verschiedene Orte der Faser zu transportieren, wird ein optisches Förderband verwendet.

Grundlegende Probleme bei dem Transport stellen Aufheizeffekte und Teilchenverluste dar. Diese bestimmen die Transporteffizienz. Im Bereich der Faserspitze ist eine hohe Dipolfallentiefe vorzufinden, die zu einer großen Heizrate führt. Andererseits können auch hohe Atombeschleunigungen zu Heizeffekten führen, wie Okaba [10] bei Atomtransporten in Hohlkernfasern beobachtet. Die Möglichkeit, eine glatt ansteigende Beschleunigung zu erzeugen, kann möglicherweise helfen, den Aufheizeffekt zu verringern. Ein idealer Transportprozess wird daher durch einen möglichst geringen Teilchenverlust und ein möglichst geringes Aufheizen der Atome während des Transportes charakterisiert. Die Optimierung eines solchen adiabatischen Transportes zu ermöglichen, ist Aufgabe der vorliegenden Bachelorarbeit.

Der zentrale Punkt des optischen Förderbandes ist das Verschieben einer stehenden Welle durch Verstimmen einer Frequenz. Das Erhöhen der Frequenzverstimmung führt

#### 1. Einleitung

zu einer Beschleunigung der Atome, das Verringern zu einer Abbremsung. Die technische Realisierung solcher Frequenzverstimmungen geschieht über programmierbare Frequenzgeneratoren. Modelle zur Erzeugung linearer Frequenzrampen sind auf dem Markt vorhanden, jedoch keine benutzerfreundlichen Modelle zur Generierung beliebiger Kurvenformen. Idealerweise sollte es außerdem möglich sein, die Ausgangsamplitude der Frequenz rampenspezifisch anzupassen, um die Potentialtiefe ortsabhängig zu verändern und letztendlich ein Aufheizen der Atome zu minimieren.

Diese Anforderungen werden durch den Frequenzgenerator *FlexDDS-NG* der Firma *Wieserlabs* erfüllt. Ein solches Gerät wurde bestellt, wobei sich dieses zum Zeitpunkt der Bachelorarbeit noch in Entwicklung befand. Daher waren zu Programmierung und Verwendung dieses Geräts noch keinerlei Erfahrungswerte vorhanden und uns fiel die Rolle des Beta-Testens zu. Die Programmierung dieses Geräts und das Einbinden in den bestehenden Versuchsaufbau ist eine zentrale Aufgabe dieser Bachelorarbeit. Die Programmierung fand dabei in reger Kommunikation mit dem Entwickler des Frequenzgenerators, Herrn Wolfgang Wieser, statt. Aufgrund mehrer Firmware-Updates des Generators sowie einer sich erst in Entwicklung befindenden Dokumentation traten bei der Programmierung zahlreiche Herausforderungen auf.

Der zweite Teil der Arbeit ist die Vermessung der programmierten Frequenzrampen, um die erfolgreiche Programmierung und Richtigkeit der Rampen nachweisen zu können.

Im dritten Schritt soll der bestehende Funktionsgenerator des Experimentes, welcher ausschließlich in der Lage ist, lineare Frequenzrampen zu erzeugen, durch den programmierten Generator ersetzt werden. Die bisher mit linearen Frequenzrampen erzielten Transportprozesse sollen mit dem neuen Gerät reproduziert werden. Schließlich findet eine Erweiterung des bisher möglichen Transportes statt, indem gezeigt wird, dass der Atomtransport auch für nicht-lineare Rampen funktioniert.

So werden im ersten Teil die theoretischen Grundlagen für das Verständnis eines optischen Gitters gelegt und anschließend wird auf die Signalgenerierung des *FlexDDS-NG* eingegangen. Danach werden die drei Hauptaufgaben der Bachelorarbeit ausgeführt, nämlich das Programmieren und Messen der Frequenzrampen sowie das exemplarische Messen von Transportprozessen.

## 2.1. Grundkonzepte

### 2.1.1. Optisches Gitter

In diesem Abschnitt wird zunächst der physikalische Hintergrund einer Dipolfalle dargestellt und dann die für das vorliegende Experiment relevanten Größen motiviert. Um neutrale Atome zu fangen und zu kontrollieren, wird eine optische Dipolfalle verwendet. Eine Dipolfalle beruht auf der Kraft, die auf ein induziertes elektrisches Dipolmoment in einem äußeren elektrischen Feld wirkt. Das grundsätzliche Phänomen ist wohlbekannt, soll aber im Folgenden der Vollständigkeit halber kurz zusammengefasst werden. Die Beschreibung orientiert sich dabei an Grimm & Weidemüller 1999 [6]. Zur Erklärung der Dipolkraft betrachten wir Atome in einem Laserstrahl und berechnen die Änderung ihrer Grundzustandsenergie mit Hilfe zeitunabhängiger Störungstheorie. Die Störung ist durch das elektrische Feld des Lasers gegeben. Die Dipolwechselwirkung mit den Atomen wird durch den Wechselwirkungs-Hamiltonian  $\mathcal{H}_1 = -\hat{\mu} \mathbf{E}$ beschrieben, wobei  $\hat{\mu} = -e\hat{\mathbf{r}}$  der elektrische Dipoloperator ist. Die Energieänderung der ungestörten Energie  $\mathcal{E}_i$  beträgt für die Zustände  $|i\rangle$  und  $|j\rangle$  in Störungsrechnung 2.Ordnung

$$\Delta E_i = \sum_{j \neq i} \frac{|\langle j | \mathcal{H}_1 | i \rangle|^2}{\mathcal{E}_i - \mathcal{E}_j}.$$
(2.1)

Für ein 2-Niveau-Atom mit dem Grundzustand  $|g\rangle$  und dem angeregte Zustand  $|e\rangle$ ergibt sich eine Energieänderung von

$$\Delta E = \pm \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \frac{\Gamma}{\Delta} I(\mathbf{r}).$$
(2.2)

Dabei ist  $\omega_0$  die Übergangsfrequenz des Systems,  $I(\mathbf{r})$  seine Intensität,  $\Delta = \omega - \omega_0$ die Verstimmung der Laserkreisfrequenz  $\omega$  bezüglich der Übergangskreisfrequenz  $\omega_0$ zwischen  $|g\rangle$  und  $|e\rangle$  und  $\Gamma$  die Linienbreite des angeregten Zustands. Für den Grundzustand gilt das positive, für den angeregten Zustand das negative Vorzeichen. Dieser Effekt wird als AC-Stark-Effekt bezeichnet.

Das Prinzip einer Dipolfalle besteht nun darin, dass die Intensität des Lichtes, z.B. bei Gaußschen Strahlen, ortsabhängig ist und sich somit in Bereichen hoher Intensität eines solchen Strahls ein Potentialextremum bildet. Die Kraft, die auf Atome in Richtung eines Potentialminimums wirkt, ist die fokussierende Kraft der Falle. Ist  $\Delta < 0$ , spricht man von einer rotverstimmten Falle, im Fall  $\Delta > 0$  von einer blauverstimmten

Falle. Im Folgenden gehen wir von großen Verstimmungen aus, sodass sich die Atome in guter Näherung ausschließlich im Grundzustand befinden. Bei einer rotverstimmten Falle ist die Energie für den Grundzustand abgesenkt.

Für den allgemeineren Fall eines Vielniveauatoms, berechnet sich die Energieverschiebung durch

$$\Delta E_i = \frac{3\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3} I \times \sum_j \frac{c_{ij}^2}{\Delta_{ij}}.$$
(2.3)

Man summiert über alle angeregten Zustände  $|e\rangle_j$ , deren Übergangsfrequenzen in der Nähe der anregenden Frequenz liegen.  $\Delta_{ij}$  sind die jeweiligen Verstimmungen,  $c_{ij}^2$  die Übergangswahrscheinlichkeiten. Das heißt, dass kleine Beiträge  $c_{ij}^2$ näherungsweise vernachlässigt werden können und nur über erlaubte Übergänge mit hohen Übergangsraten summiert werden muss.

Im Folgenden reduzieren wir die Betrachtungen auf das im Experiment verwendete Alkalimetall <sup>87</sup>Rb. Die Feinstrukturübergänge von <sup>87</sup>Rb 5<sup>2</sup>S<sub>1/2</sub>  $\rightarrow$  5<sup>2</sup>P<sub>1/2</sub> und 5<sup>2</sup>S<sub>1/2</sub>  $\rightarrow$  5<sup>2</sup>P<sub>3/2</sub> bilden ein Dublett und werden als D<sub>1</sub>- und D<sub>2</sub>-Linien bezeichnet. Die entsprechenden Übergangswellenlängen liegen bei Wellenlängen von  $\lambda_{D_1} =$ 780.241 nm und  $\lambda_{D_2} =$  794.979 nm. Aufgrund des nicht-verschwindenden Kernspins von I = 3/2 kommt es außerdem zu einer Hyperfeinstrukturaufspaltung. Diese kann vernachlässigt werden, wenn sie klein gegenüber der Verstimmung ist  $\Delta \gg \Delta_{\rm HFS}$ , was im vorliegenden Experiment der Fall ist. Die relevanten Übergänge zur Berechnung der Energieänderung für <sup>87</sup>Rb sind die D<sub>1</sub>- und D<sub>2</sub>-Übergänge, da nur ihre Übergangswahrscheinlichkeiten signifikant beitragen.

Betrachtet man linear polarisiertes Licht und sind alle betrachteten Verstimmungen groß gegenüber den Hyperfeinstrukturaufspaltungen, so kann man eine näherungsweise gültige Formel herleiten [6]. Die Energieabsenkung  $\Delta E$  des Grundzustands wird dabei als Dipolpotential interpretiert.

$$U_{\rm dip}(\boldsymbol{r}) = \frac{\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3} \left( \frac{2}{\Delta_{D_2}} + \frac{1}{\Delta_{D_1}} \right) I(\boldsymbol{r})$$
(2.4)

 $I(\mathbf{r})$  ist die ortsabhängige Intensität des Lasers.

Neben dem Dipolfallenpotential, welches die maximale Temperatur der zu fangenden Atome definiert, ist auch die Photonenstreurate eine wichtige Kenngröße. Die Photonenstreurate bezeichnet dabei das Verhältnis von absorbierter Leistung zur Energie des absorbierten Photons:  $\Gamma_{\rm sc}(\boldsymbol{r}) = \frac{P_{\rm abs}}{\hbar w}$ . Man erhält:

$$\Gamma_{sc}(\boldsymbol{r}) = \frac{\pi c^2 \Gamma^2}{2\hbar\omega_0^3} \left(\frac{2}{\Delta_{D_2}^2} + \frac{1}{\Delta_{D_2}^2}\right) I(\boldsymbol{r}).$$
(2.5)

Die Photonenstreurate ist zu betrachten, da über sie die Heizrate der Atome festgelegt ist. Über einen Zusammenhang zwischen Photonenstreurate und Linienbreite erhält man für die Heizrate im Falle der vorliegenden rotverstimmte Falle:

$$\dot{T}_{\rm rot} = \frac{2}{3} \frac{1}{1+\kappa} T_{\rm rec} \frac{\Gamma}{\hbar|\Delta|} \hat{U}$$
(2.6)

Dabei ist  $T_{\rm rec}$  die Rückstoßtemperatur der Atome, also die Temperatur, die einem ruhenden Atom nach Emission eines Photons zugeordnet wird, somit  $T_{\rm rec} = \frac{\hbar^2 k^2}{m k_B}$ .  $\kappa$  ist eine durch die Fallengeometrie bestimmte Konstante, deren Wert für eine 3-dimensionale harmonische Falle  $\kappa = 1$  beträgt und  $\hat{U}$  ist die maximale Tiefe des Potentials.

Die Tiefe des Potentials wird zweckmäßigerweise in eine Temperatureinheit umgerechnet  $U_T \equiv \frac{\hat{U}}{k_B}$ . Es können nur Atome mit einer Temperatur  $T < U_T$  gefangen werden.

Hiermit enden die allgemeinen Betrachtungen und wir betrachten nun den Aufbau des vorliegenden Experiments.

Im vorliegenden Experiment werden zwei sich gegenläufig ausbreitende Gaußsche Laserstrahlen überlagert, welche gleiche Intensitäten, aber unterschiedliche Frequenzen besitzen. Das elektromagnetische Feld eines Gaußstrahls in Ausbreitungsrichtung zwird in Zylinderkoordinaten beschrieben durch [8]:

$$E(\rho, z, t) = A_0 \frac{w_0}{w(z)} e^{-(\rho/w(z))^2} e^{ikz + i\omega t + i\frac{k\rho^2}{2R(z)} - \eta(z)}$$
(2.7)

Dabei ist  $w_0$  der Strahlradius der Taille, w(z) der Strahldurchmesser an Position zmit  $w(z)^2 = w_0^2 \left(1 + \frac{z^2}{z_0^2}\right)$  und  $z_0$  die Rayleigh-Länge  $z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ .  $R(z) = z \left(1 + \left(\frac{z_0}{z}\right)^2\right)$ ist der Radius der Wellenfronten,  $\eta(z)$  die Gouy-Phase und  $A_0$  die maximale Feldamplitude.

Zwei gegenläufige Gaußsche Strahlen, deren Taillen sich am selben Punkt befinden, weisen eine Intensitätsverteilung  $I(r) \propto \langle | E_1(r,t) + E_2(r,t) |^2 \rangle$  auf. Es bildet sich eine stehende Welle mit einem zeit- und ortsabhängigen Dipolpotential aus [12]:

$$U(\rho, z, t) = U_0 \frac{w_0^2}{w(z)^2} e^{-\frac{2\rho^2}{w(z)^2}} \cos^2(\pi \Delta \nu t - kz)$$
(2.8)

Dabei ist  $\Delta \nu = \nu_1 - \nu_2$  die Verstimmung der Strahlen zueinander. Im vorliegenden Aufbau bildet sich dieses Potential am Rande einer Hohlkernfaser aus, indem ein Gaußstrahl von der einen Seite in die Hohlkernfaser geleitet wird, der andere Strahl die Faser in entgegengesetzter Richtung verlässt. Abbildung 2.1 zeigt die Gauß-Strahlen, die im Bereich der Hohlkernfaser gegenläufig überlagert sind. Im Inneren der Hohlkernfaser ist das Dipolpotential rot dargestellt. Der Strahlradius bleibt durch die Begrenzung durch die Hohlkernfaser in diesem Bereich konstant. Am Faserende befindet sich der minimale Strahlradius (Taille), welcher sich außerhalb der Faser aufweitet (blau dargestellt). Ungefähr 5 mm vom Faserende entfernt befindet sich die "MOT-Position", also die Position, an der die Atome von der magneto-optischen Falle (MOT) in die Dipolfalle geladen werden. Das Dipolpotential fällt in Richtung der MOT-Position ab.

#### 2.1.2. Versuchsaufbau

Wie in Abbildung 2.2 schematisch dargestellt emittiert ein Titan:Saphir-Laser Licht der Wellenlänge 805 nm, welches in zwei TAs (engl. *tapered amplifiers*) verstärkt wird.



Abbildung 2.1.: Schematische Darstellung des Dipolpotentials innerhalb und des Strahlradius außerhalb der Hohlkernfaser (nicht maßstabsgetreu)



Abbildung 2.2.: Schematischer Versuchsaufbau

Jeweils zwei akustooptische Modulatoren (AOMs) modulieren die Frequenz des Lasers. Die modulierenden Hochfrequenzen werden durch einen Frequenzgenerator bereitgestellt. Die Erzeugung der Frequenzen wird im nächsten Abschnitt erklärt. Ein AOM hat einen konstante Eingangsfrequenz von 80 MHz, der andere hat eine Eingangsfrequenz von 80 MHz plus einen zeitabhängigen Frequenzoffset. Anschließend wird das Licht in eine polarisationserhaltende Faser ein- und wieder ausgekoppelt. In einer Vakuumkammer werden die Strahlen in einer Faser gegenläufig überlagert.

In der Vakuumkammer werden Rubidium  $^{87}\mathrm{Rb}$  Atome durch eine magneto-optische Falle gekühlt.

Zur Durchführung eines Transportvorgangs werden zunächst die durch die MOT gekühlten Atome in die Dipolfalle geladen (vgl. [13], [14]). Durch Durchstimmen der Frequenz des einen AOM können die Atome in Richtung der Hohlkernfaser transportiert werden.

Zur Charakterisierung des Ortes wird eine Absorptionsabbildung verwendet und das Bild mit Hilfe einer CCD-Kamera aufgenommen.

# 2.2. Aufbau des FlexDDS-NG



Abbildung 2.3.: Schematischer Aufbau des FlexDDS-NG, die Bezeichnungen wurden gemäß der Dokumentation [5] gewählt.

Zur Ansteuerung der AOMs wird der Frequenzgenerator *FlexDDS-NG DUAL* der Firma *Wieserlabs UG* verwendet. Dieser weist den in Abbildung 2.3 vereinfacht dargestellten inneren Aufbau auf. Es handelt sich um einen Frequenzgenerator, der auf 2 unabhängigen Ausgangskanälen eine Frequenz von 0.3 bis 400 MHz erzeugen kann [5]. Ein Mikrocontroller (*ARM CPU*) kommuniziert über eine USB-Schnittstelle als virtuellen COM-Port mit einem Computer. An den Mikrocontroller ist über eine serielle Schnittstelle (hier eine 4-wire SPI-Schnittstelle) ein FPGA-Baustein angebunden. Ein FPGA (engl. *Field Programmable Gate Array*) ist eine frei programmierbare Logikgatter-Anordnung, die im vorliegenden Fall dazu verwendet wird, zwei unabhängige Frequenzgeneratorbausteine anzusteuern, nämlich die integrierten Schaltkreise *AD9910*. Diese erzeugen Frequenzen mittels direkter digitaler Synthese (DDS) [1].

Das *FlexDDS-NG* weist einen internen Takt von 1 GHz mit einer Genauigkeit von 2.5 ppm auf. Optional ist eine weitere Stabilisierung des Taktes durch einen externen 10 MHz-Eingang möglich. Die *AD9910* sind an den Systemtakt angebunden. Diese besitzen einen unverstärkten HF-Hilfsausgang mit einem Leistungspegel von  $-5 \, \text{dBm}$ .

Ein Verstärker erzeugt ein variables Ausgangslevel von -40 bis  $10 \,\mathrm{dBm}$ .

DDS ist ein weit verbreitetes Verfahren zur digitalen Erzeugung periodischer Wechselspannungssignale. Dabei werden ein Frequenzwort (engl. frequency tuning word, FTW), ein Phasenwort (engl. phase offset word, POW) und ein Amplitudenfaktor (engl. amplitude scale factor, ASF) verwendet, um ein Ausgangssignal mit gegebener Frequenz, Phase und Amplitude zu erzeugen. Das Signal wird zunächst rein digital erzeugt, das heißt in einem digitalen Addierwerk akkumuliert und anschließend über einen Digital-Analog-Wandler in ein analoges Signal umgewandelt. Die Frequenz-, Amplituden- und Phasenauflösung ist durch die jeweilige Wortbreite gegeben. Im vorliegenden Fall weist das Frequenzwort eine Breite von 32 Bit auf, das Phasenwort eine Breite von 16 Bit und der Amplitudenfaktor eine Breite von 14 Bit. Der interne Systemtakt des Geräts beträgt  $f_{SYSCLK} = 1 \text{ GS/s}$  (Gigasamples pro Sekunde). Somit ergibt sich eine Ausgangsfrequenz von

$$f_{\rm OUT} = \left(\frac{\rm FTW}{2^{32}}\right) f_{\rm SYSCLK}.$$
 (2.9)

Für das Frequenzwort sind Werte zwischen 0 und  $2^{32}-1$  erlaubt. Der Abstand zwischen zwei einstellbaren Frequenzen ist damit für den gegebenen Systemtakt durch

$$\Delta f = \frac{f_{\text{SYSCLK}}}{2^{32}} = 0.23 \,\text{Hz}$$
(2.10)

festgelegt.

Entsprechend sind für das Phasenwort Werte von 0 bis  $2^{16}-1$  erlaubt. Das Phasenoffset ist im Gradmaß gegeben durch

$$\Delta \theta = 360^{\circ} \cdot \left(\frac{\text{POW}}{2^{16}}\right) \tag{2.11}$$

Die minimale Phasenauflösung ist dann

$$\Delta(\Delta\theta) = \frac{360^{\circ}}{2^{16}} = 0.005^{\circ} \tag{2.12}$$

Der Amplitudenfaktor kann Werte zwischen 0 und  $2^{14} - 1$  annehmen. Für die relative Amplitude gilt dann:

Amplitude Scale = 
$$\frac{\text{ASF}}{2^{14}}$$
 (2.13)

Die relative Amplitude lässt sich auf  $\frac{1}{2^{14}} = 0.006\%$  genau einstellen.

Zur Ansteuerung der AD9910 implementiert der FPGA zwei DDS-Anweisungs-Prozessoren (engl. *DDS Command Processor*, DCP), je einen pro AD9910. Sie kontrollieren Zeitverzögerungen und das Warten auf Ereignisse, wie z.B. externe Trigger. Der DCP enthält einen 2048 Instruktionen fassenden  $FIFO^1$ . DCP-Anweisungen werden mit einer Rate von 62.5 MHz ausgeführt [4]. Der Aufbau der DCP-Anweisungen wird im folgenden Abschnitt genauer beschrieben.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Ein FIFO (engl. *First In – First Out*) ist eine Speicherstruktur, bei der das Element, welches zuerst gespeichert wurde, der Datenstruktur auch wieder zuerst entnommen wird.

## 2.3. Programmierung und Messung der Frequenzrampen

#### 2.3.1. Programmierung

Der AD9910 stellt verschiedene Betriebsmodi bereit, die zum Teil für den FlexDDS-NG zur Verfügung stehen. Wir verwenden ausschließlich den Digital Ramp Generator Modus (DRG). Dieser Betriebsmodus ermöglicht es, lineare Frequenzrampen zu fahren. Dazu müssen drei Register mit Werten beschrieben werden:

- Das Digital Ramp Limit Register (DLR) beinhaltet einen 64-bit Wert.
- Das *Digital Ramp Step Size Register* (DRSS) beinhaltet ebenfalls einen 64-bit Wert.
- Das Digital Ramp Rate Register (DRR) beinhaltet einen 32-bit Wert.

Die drei Register enthalten Werte für sowohl aufsteigende wie absteigende Rampen, unabhängig davon, welche Rampe tatsächlich ausgeführt wird.

Das DLR-Register enthält die untere Frequenzgrenze und die obere Frequenzgrenze, die jeweils durch ein 32-bit Frequenzwort dargestellt werden. Im Folgenden wird die Erzeugung einer steigenden linearen Frequenzrampe diskutiert. Analoge Betrachtungen gelten für fallende Frequenzrampen.

Eine lineare Frequenzrampe ist aufgrund der digitalen Frequenzerzeugung aus diskreten Schritten aufgebaut (vgl. Abbildung 2.4).



Abbildung 2.4.: Die Erzeugung einer linearen Rampe im DRG-Modus

F bezeichnet die Frequenzdifferenz zwischen Start- und Endfrequenz der linearen Rampe:  $F = f_1 - f_0$ . Die Rampe soll in der Gesamtzeit T durchgeführt werden.

Sie besteht aus N äquidistanten Schritten. Dann gilt offensichtlich:

$$N := \text{Gesamtanzahl der Schritte der linearen Rampe}$$
 (2.14)

$$T = N \cdot \Delta t \tag{2.15}$$

$$F = N \cdot \Delta f \tag{2.16}$$

Das DRR definiert, mit welcher Zeitrate  $\Delta t$  die einzelnen Schritte ausgeführt werden. Die Zeitbasis des DDS beträgt 1/4 des Systemtaktes. In das DRR wird jeweils für die steigende wie die fallende lineare Rampe ein 16-bit Wert *P* geschrieben. Er kann ausschließlich diskrete Werte zwischen 0 und  $16^4 - 1$  annehmen. Für *P* gilt:

$$P := \frac{f_{\text{SYSCLK}} \cdot \Delta t}{4} \tag{2.17}$$

Das DRSS hingegen definiert den Frequenzschritt  $\Delta f$ , der pro Schritt ausgeführt wird. Er liegt für die fallende wie die steigende Rampe jeweils als 32-bit Wert M vor. Es gilt:

$$M := \frac{2^{32} \cdot \Delta f}{f_{\text{SYSCLK}}} \tag{2.18}$$

Bemerkenswert ist, dass nicht die Gesamtzeit der Frequenzrampe T in das Register geschrieben wird, sondern sich diese aus den Registerwerten P und M ergeben. Der Zusammenhang ist aus den obigen Gleichungen ersichtlich:

$$T = \frac{P}{M} \cdot F \cdot \frac{2^{34}}{10^{18}} \tag{2.19}$$

In der Praxis möchte man die Gesamtzeit der Rampe T festlegen. Diese ist allerdings proportional zu  $\frac{P}{M}$ , also dem Verhältnis von P und M. Die diskreten erlaubten Werte von P und M erlauben nur eine begrenzte Genauigkeit von  $\frac{P}{M}$ , also auch von T. Um dieses Verhältnis möglichst genau zu approximieren, wird der nachfolgend angegebene Algorithmus verwendet.

Die LabVIEW-Funktion rat(ratio, tol) nimmt eine rationale Approximation des Verhältnisses  $\frac{P}{M}$  vor. Das heißt, rat bestimmt für eine gegebene rationale Zahl ratiomöglichst niedrige Zahlen A und B, sodass  $\frac{A}{B}$  mit einer Toleranz von tol ratio entspricht. In Algorithmus 1 wird zunächst der Systemtakt eingelesen, dann das durch Gleichung 2.19 festgelegte Verhältnis  $\frac{P}{M}$  als ratio definiert. Die vorgegebene Zeittoleranz time\_tol wird mit dem gleichen Faktor wie T multipliziert und stellt dadurch die entsprechend erlaubte Zeittoleranz dar. Nun wird die Funktion rat aufgerufen und der entsprechend beste Zähler und Nenner der Approximation wird P und M zugewiesen. Für den Fall, dass P oder M die jeweils maximal erlaubten Werte von  $16^4 - 1$ beziehungsweise  $16^8 - 1$  überschreiten, wird in einer Schleife die Zeittoleranz erhöht und wiederum eine ensprechend beste Approximation berechnet. Die Zählervariable ctr wird in jedem Schleifendurchgang um 1 erhöht und die erhöhte Zeittoleranz wird

Algorithmus 1 Algorithmus zur Bestimmung besten Werte für die Register DRSS und DRR

```
\begin{array}{l} f_{\mathrm{SYSCLK}} \leftarrow \overline{10^9} \\ \mathrm{ratio} \leftarrow T \cdot \frac{f_{\mathrm{SYSCLK}}^2}{F \cdot 2^{34}} \\ \mathrm{tol} \leftarrow \mathrm{time\_tol} \cdot \frac{f_{\mathrm{SYSCLK}}^2}{F \cdot 2^{34}} \\ P, M \leftarrow rat(\mathrm{ratio, tol}) \\ \mathrm{ctr} \leftarrow 0 \\ \mathbf{while} \ P > 16^4 - 1 \ \mathbf{or} \ M > 16^8 - 1 \ \mathbf{do} \\ P, M \leftarrow rat(\mathrm{ratio, tol} \cdot 1.1^{\mathrm{ctr}}) \\ \mathrm{ctr} \leftarrow \mathrm{ctr} + 1 \\ \mathbf{end while} \\ \mathbf{return} \ \mathrm{P}, \mathrm{M} \end{array}
```

auf  $tol \cdot 1.1^{ctr}$  gesetzt. Dies geschieht solange, bis P und M Werte im erlaubten Bereich haben. P und M sind die Rückgabewerte der Funktion.

Es lässt sich zusammenfassen, dass der Chip zur Frequenzgenerierung nicht unmittelbar die Länge der Frequenzrampe annimmt. Da der Benutzer aber die Länge der Rampe festlegen möchte, ergibt sich notwendigerweise eine gewisse Zeitunsicherheit und eine Methodik zur Bestimmung der Registerwerte ist notwendig.

#### Kommunikation mit dem FlexDDS-NG

Die Kommunikation mit dem FlexDDS-NG findet über die virtuelle Schnittstelle über die Kommandozeile statt. Zur Kommunikation stehen verschiedene Anweisungen zur Verfügung, von denen im Folgenden nur diejenigen aufgelistet und erklärt werden, die für die Programmierung verwendet wurden. Weitere Details finden sich in der Dokumentation, auf welche sich der folgende Abschnitt stützt [4]. Die Anweisung

dcp [CHAN] spi:REG=VAL[:c|w][!]

ist der wichtigste verwendete Befehl. [CHAN] bezeichnet den DDS-Kanal und kann somit die Werte 0 oder 1 annehmen. Wird der Wert weggelassen, wird der entsprechende Befehl für beide Kanäle durchgeführt. [REG] bezeichnet ein *AD9910*-Register. Die wichtigsten sind die für den DRG-Modus benötigten Register DRL, DRSS und DRR. Die Breite des Wertes [VAL] hängt vom Registertyp ab. Er kann hexadezimal mit Präfix 0x oder dezimal angegeben werden. Die Angaben :w (engl. *wait*) und :c (engl. *continue*) bezeichnen das Verhalten des SPI-FIFOs: Entweder wartet der DCP mit dem Schreiben eines Registereintrags bis der FIFO geleert ist oder dies geschieht parallel. Das Ausrufezeichen [!] am Ende der Anweisung sorgt dafür, dass die Anweisung sofort in den DCP-FIFO übertragen wird und nicht lokal gespeichert wird. Dies ist äquivalent zu folgendem Befehl:

dcp flush

Damit geschriebene Registereinträge aktiv werden, muss der  $I/O\_UPDATE$ -Pin des AD9910 eine steigende Spannungsflanke erhalten. Dies geschieht über den Befehl

dcp [CHAN] update:[+-=^]SPEC[!]

SPEC bezeichnet mögliche Pins des AD9910, deren Werte um 1 erhöht werden bzw. bei booleschen Pins auf 1 gesetzt werden (+) oder um den Wert 1 herabgesetzt werden bzw. auf 0 gesetzt werden (-) oder deren Werte im Falle boolescher Pins invertiert werden (^).

Ein für das Timing wichtiger Befehl ist:

dcp [CHAN] wait: [TIME[h|x]]: [EV0[&,EV1]][!]

Hiermit kann die Ausführung von Befehlen um eine bestimmte Zeit TIME verzögert werden oder es kann auf Ereignisse EVO und/oder EV1 gewartet werden, z.B. externe Trigger. Der erlaubte Zeitbereich liegt wahlweise entweder zwischen 0 und ca. 17 s mit einer Auflösung von  $1.024 \,\mu$ s oder zwischen 0 und 134 ms mit einer Auflösung von 8 ns.

Im DRG-Modus ist es möglich, lineare Frequenzrampen auszuführen. Um beliebige Rampen auszuführen, ist es notwendig, diese stückweise linear zu definieren. Aufgrund des großzügigen FIFOs von 2048 Einträgen pro DCP ist es ausreichend, eine äquidistante Zeiteinteilung zu verwenden, um genügend glatte Kurven zu erhalten. Ist die Frequenzform f(t) für  $0 \le t \le T$  festgelegt und soll die Frequenzrampe durch N Stützpunkte definiert werden, so sind diese durch  $\{n \cdot \Delta t, f(n \cdot \Delta t)\}$  gegeben mit  $0 \le n \le N$  und  $\Delta t = T/N$ . Im vorliegenden Experiment ist es erforderlich, dass eine Ausgangsfrequenz konstant gehalten wird und die andere zunächst einen steigenden, dann einen fallenden Frequenzverlauf aufweist. Dieser Verlauf wird durch eine Folge von Befehlen, die in die DRG-Register schreiben, realisiert. Um eine sofortige Ausführung dieser Befehle zu vermeiden, muss zwischen jeder Rampe die entsprechende Zeit bis zur Beendigung der linearen Rampe gewartet werden. Diese Folge von Befehlen wird auf dem Computer generiert und an den Mikrocontroller des FlexDDS-NG gesendet, welcher sie nacheinander weitergibt.

#### Integration in LabVIEW

Um eine reibungslose Integration des Frequenzgenerators in das bestehende Experiment zu ermöglichen, findet die Programmierung in der grafischen Programmiersprache LabVIEW statt. Die Übertragung der Befehle sowie das Lesen der Rückgabe des FlexDDS-NG findet über die VISA-Schnittstelle von LabVIEW statt. Über sie wird das Öffnen, Schreiben, Lesen und Schließen der Kommunikation bewerkstelligt. Die grobe Struktur des entwickelten LabVIEW-Programms ist in Abbildung 2.5 dargestellt.

Für eine präzise Steuerung ist es notwendig, dass zunächst die Befehlsfolge, die eine Rampe beschreibt, übertragen wird und der Beginn der Rampe extern getriggert wird. Dazu schreibt am Beginn eines jeden Experimentzyklus die ebenfalls in LabVIEW geschriebene Hauptsteuerung des Experiments den Wahrheitswert "wahr" in eine Um-



Abbildung 2.5.: Struktur des LabVIEW-Programms zur Ansteuerung es FlexDDS-NG

gebungsvariable (engl. *shared variable*). Dieser Wahrheitswert wird regelmäßig ausgelesen. Ist dieser "wahr", so wird die interne Datenstruktur erstellt, welche die Abfolge aller Stützpunkte der auszuführenden Frequenzrampe enthält. Diese kann optional in einem xml-Format gespeichert werden. Der Frequenzverlauf wird grafisch dargestellt. Anschließend wird geprüft, ob die Datenstruktur ungültige Eingaben enthält. Ist dies nicht der Fall, wird eine Folge von dcp-Befehlen erstellt und an den FlexDDS-NG gesendet. Ein Hardwaretrigger durch die Hauptsteuerung lässt die Frequenzrampe beginnen.

Die intern verwendete Datenstruktur ist in Abbildung 2.6 dargestellt.

Die Datenstruktur besteht aus einem 1-dimensionalen Array aus N Elementen. Jedes Element besteht aus einem Cluster aus 13 Werten, welche für beide Kanäle jeweils eine lineare Rampe genau beschreiben. Dazu gehört neben einem ganzzahligen Wert für die Schrittnummer insbesondere die Zeitdauer der Rampe sowie die angestrebte maximale Zeittoleranz dieser Zeitdauer. Für jeden Kanal sind Start- und Endfrequenz festzulegen. Außerdem können Amplitude und Phase für jede Rampe festgelegt werden. Für jeden Kanal existiert ein boolescher Wahrheitswert. Ist dieser "wahr", so wird die durch die Frequenzen definierte lineare Rampe ausgeführt. Ist er "falsch", so wird in diesem Schritt der Kanal auf der Endfrequenz der letzten ausgeführten Frequenzrampe konstant gehalten. Beträgt die Wartezeit 0 ms, so wird der Schritt übersprungen. Die Eingabe der Werte kann auf 3 verschiedene Arten erfolgen:

• Durch ein Eingabefenster können alle Angaben manuell getätigt werden. Dies ist in Abbildung 2.7 dargestellt. Die Möglichkeit der manuellen Eingabe ermöglicht maximale Flexibilität. Sie erlaubt insbesondere das Testen von neuen, noch nicht vordefinierten Rampenformen, aber auch die Anpassung einzelner Werte in vordefinierten Rampenformen.



Abbildung 2.6.: LabVIEW: Interne Datenstruktur der Frequenzrampe

	Control Elements Array							
STEP	0	0	0	0	0	0	0	0
time [ms]	2	2	2	2	2	2	2	2
time tolerance [us]	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
CH0 [false=wait, keep phase&amplitude]								
rel. amplitude CH0	1	1	1	1	1	1	1	1
phase [°] CH0	0	0	0	0	0	0	0	0
f0 [Hz] CH0	8E+7	8.00001E+7	8.00003E+7	8.00005E+7	8.00007E+7	8.00009E+7	8.00011E+7	8.00014E+7
f1 [Hz] CH0	8.00001E+7	8.00003E+7	8.00005E+7	8.00007E+7	8.00009E+7	8.00011E+7	8.00014E+7	8.00017E+7
CH1 [false=wait, keep phase&amplitude]			_	-		-	-	_
rel. amplitude CH1	1	1	1	1	1	1	1	1
phase (°) CH1	0	0	0	0	0	0	0	0
f0 [Hz] CH1	8E+7	8E+7	8E+7	8E+7	8E+7	8E+7	8E+7	8E+7
f1 [Hz] CH1	8E+7	8E+7	8E+7	8E+7	8E+7	8E+7	8E+7	8E+7
				F.				

Abbildung 2.7.: LabVIEW: Eingabemaske zur manuellen Eingabe der Stützpunkte, welche den Frequenzverlauf repräsentieren

- Die im xml-Format gespeicherte Datenstruktur kann aus einer Datei geladen werden. Diese Funktionalität ermöglicht die Reproduktion von zuvor ausgeführten Rampenformen, da alle relevanten Parameter gespeichert und wieder geladen werden können.
- Durch vordefinierte Funktionen können verschiedene Kurvenformen generiert werden. In Abbildung 2.8 ist dies dargestellt. Festgelegt werden die Anfangsund Endfrequenzen für die steigende und die fallende Frequenzrampe, die Anzahl der Stützpunkte und funktionsspezifische Parameter. Optional kann eine Wartezeit zwischen steigender und fallender Rampe realisiert werden, während welcher sich die Frequenzen beider Ausgänge nicht ändert. Zur Zeit realisiert sind neben linearen Frequenzrampen auch eine S-förmige Kurve, welche folgen-

Read from file Manual Input	Generate data with function				
Constant Channel Channel CH1 constant constant frequency	Parameters non-constant channel rising Number of steps 50 time [ms] 100 start frequency [Hz] f0 BE+7 end frequency [Hz] f1 B.02E+7	S curve Exp curve Linear f(t) = f0 + (f1-f0)/(1+exp(-k/Dt * (t-Dt/2)))] s curve parameters k 10 Select curve form - rising waiting time [ms]			
Constant Channel 2 Channel CHI constant constant frequency 2 80000000	Parameters non-constant falling Number of steps 50 time [ms] 10 start frequency [Hz] f1 \$8.02E+7 end frequency [Hz] f0 \$E+7	S curve Exp curve Linear f(t) = f0 + (f1-f0)/(1+exp(-k/Dt * (t-Dt/2)))] s curve parameters 2 k y 10 Select curve form - falling			

Abbildung 2.8.: LabVIEW: Eingabemaske zur Generierung der Stützpunkte anhand einer vorgegeben Funktionsvorschrift

de Funktionsdarstellung aufweist:

$$f_{S}(t) = f_{0} + \frac{f_{1} - f_{0}}{1 + \exp\left(-\frac{K_{S}}{\Delta t} \cdot (t - \frac{\Delta t}{2})\right)}$$
(2.20)

 $f_0$  und  $f_1$  sind Anfangs- und Endfrequenz,  $\Delta t$  die Zeitdauer der Rampe,  $K_S$  ist ein Parameter der Kurve, welcher die Steigung charakterisiert.

Außerdem wurde eine exponentielle Kurve mit folgender Funktionsdarstellung realisiert:

$$f_{\exp}(t) = f_1 - (f_1 - f_0) \exp\left(-\frac{K_{\exp} \cdot t}{\Delta t}\right)$$
(2.21)

Der Parameter  $K_{exp}$  beschreibt die Steigung der Kurve. In Abbildung 2.9 sind exemplarisch verschiedene in dem Programm realisierte aufsteigende Kurvenformen dargestellt. Die S-Kurve wurde als Kurvenform gewählt, da ihre Steigung sowohl zu Beginn als auch am Ende einer Frequenzrampe sehr flach ist. Im Gegensatz dazu nimmt die Steigung bei einer exponentiellen Rampe stetig zu. Mit diesen Formen ist es möglich, verschiedene Geschwindigkeitsprofile für den Atomtransport zu testen.

Das Programm stellt außerdem den festgelegten Frequenzverlauf grafisch dar, wie in Abbildung 2.10 zu sehen ist.

Die Prüfung auf Umsetzbarkeit der Datenstruktur überprüft jede lineare Rampe dahingehend, ob Amplitude, Phase und Frequenzen im umsetzbaren Bereich liegen. Ist

dies nicht der Fall, wird das Programm mit einer Fehlermeldung abgebrochen. Im Erfolgsfall findet die Umsetzung der Datenstruktur in eine Folge von dcp-Befehlen statt.



Abbildung 2.9.: Realisierte aufsteigende Kurvenformen: S-Kurve (grün), Exponentialkurve (blau), lineare Rampe (schwarz)



Abbildung 2.10.: LabVIEW: Grafische Darstellung eines exemplarischen Funktionsverlaufs

## 2.3.2. Messung

Eine zuverlässige Messung des Frequenzverlaufs ist notwendig, um sicherzustellen, dass die gewünschte Frequenzrampe tatsächlich ausgeführt wird. Relevante Werte sind dabei die zeitliche Korrektheit des Frequenzverlaufs, die Phasenkontinuität des Signals,

die Frequenzbreite und der Leistungspegel.

Die Messung der Signale findet mit digitalen Speicheroszilloskopen statt. Ihr Auflösungsvermögen wird durch ihre Bandbreite sowie ihre Abtastrate beschränkt. Die Abschwächung des Eingangssignals des Oszilloskops durch seinen Analog-Digital-Wandler führt dazu, dass nur ein bestimmter Frequenzbereich präzise vermessen werden kann. Dieser Bereich ist die Bandbreite des Oszilloskops. Um den Amplitudenfehler zu minimieren, ist es erforderlich, dass die Bandbreite des Oszilloskops dem 3- bis 5-fachen der maximal vorkommenden Frequenz des zu untersuchenden Signals entspricht. Weiterhin besagt das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem, dass die Abtastfrequenz des Oszilloskops mindestens doppelt so groß sein muss wie die höchste vorkommende Frequenz. Empfohlen ist für reale Signale eine mindestens 5-mal so hohe Abtastfrequenz [9]. Bei Unterabtastung, d.h. Unterschreitung der erforderten Abtastfrequenz kommt es zum Alias-Effekt. Dies bezeichnet die Fehlinterpretation des Messsignals durch eine Alias-Frequenz  $f_a$ , welche stets unterhalb der halben Nyquist-Frequenz liegt. Diese Hintergründe sind bei der Messung von enormer Wichtigkeit, um beurteilen zu können, ob es sich bei den Messungen um tatsächliche Messwerte oder Artefakte handelt.

Für die Messung wurde das Oszilloskop *WaveRunner 625Zi* der Firma *Teledyne Le-Croy* verwendet. Es weist eine Bandbreite von 2.5 GHz auf und eine Abtastrate von 20 GS/s bei der Messung auf 4 Kanälen bzw. von 40 GS/s bei der Messung auf 2 Kanälen. Für die vorliegenden Signale der Größenordnung 80 MHz weist es damit ausreichende Spezifikationen auf. Weiterhin besitzt es einen ausreichend großen internen Speicher, um sämtliche Messpunkte einer Frequenzrampe der Dauer von ca. 100 ms zu speichern.

Die Messmethode wird nun beispielhaft an einer Frequenzrampe diskutiert, welche im Zeitraum von 100 ms von der Frequenz 80 MHz auf 80.2 MHz S-förmig ansteigt und in der Zeitdauer von 10 ms wieder auf die Ausgangsfrequenz zurückfährt. In Abbildung 2.11 ist der durch das Steuerungsprogramm eingestellte Frequenzverlauf dargestellt. Die steigende und die fallende Frequenzrampe ist jeweils aus 50 äquidistanten Stützpunkten zusammengesetzt.



Abbildung 2.11.: Auf- und absteigende Rampe sind jeweils S-Kurven mit  $K_S = 10$ gemäß Gleichung 2.20 der Dauer 100 ms und 10 ms – bestehend aus jeweils 50 Stützpunkten

Um aus dem gemessenen Spannungsverlauf den zeitlichen Frequenzverlauf zu gewinnen, wird ein Spektrogramm mit einem externen Programm erstellt. Dabei wird das Signal in Zeitsegmente eingeteilt und für jedes Segment eine Fouriertransformation durchgeführt. Dadurch lässt sich der Verlauf des Spektrums quantitativ darstellen. In Abbildung 2.12 wurde dies für das vorliegende Signal durchgeführt.



Abbildung 2.12.: Spektrogramm der Oszilloskopaufnahme ohne Mischen des Signals

Die maximale Begrenzung von 125 MHz ergibt sich aus der halben Abtastrate des Oszilloskops. Diese lag bei 250 MS/s. Aufgrund der Skalierung der Frequenzachse ist die Frequenzrampe im Bereich von 80 MHz nicht zu erkennen. Verschiedene weitere Frequenzen sind zu erkennen, sie weisen einen um Größenordnungen geringeren Leistungspegel auf, da die Farbskalierung logarithmisch ist.

Betrachtet man das Spektrogramm im relevanten Bereich von 80 MHz bis 80.2 MHz wie in Abbildung 2.13 dargestellt, so erkennt man den ansteigenden Frequenzverlauf. Der größte Nachteil dieser Methode ist die große Datenmenge, die bei der Aufzeich-



Abbildung 2.13.: Relevanter Frequenzausschnitt des Spektrogramms der Oszilloskopaufnahme ohne Mischen

nung aufgrund der hohen Abtastrate anfällt. So erfolgt die quantitative Messung der Frequenzkurve über eine andere Methode.

Eine mögliche Lösung des Problems der großen Datenmenge besteht darin, das Spektrogramm direkt vom Oszilloskop berechnen zu lassen und nur dieses zu speichern. Für ein genaueres Verständnis des Spektrogramms ist es allerdings hilfreich, dies extern vorzunehmen und beispielsweise präzise Kontrolle über Skalierung und Größe der Zeitsegmente zu haben.

Eine weitere Möglichkeit, die Messung zu vereinfachen, liegt darin begründet, dass wir uns eigentlich nur für die Frequenzdifferenz der beiden Ausgänge interessieren. So ist es möglich, die beiden Signale zu *mischen*. Dazu wird der Frequenzmischer ZAD-3+ der Firma *Mini-Circuits* verwendet [2]. Dieser besitzt 2 Eingänge und einen Ausgang. Der Ausgang liefert eine Überlagerung aus Summen und Differenzen der beiden Eingangsfrequenzen. Um die Frequenzsumme wegzufiltern, schalten wir einen Tiefpass nach. Wir verwenden den Tiefpassfilter *BLP-1.9+* der Firma *MiniCircuits* [3]. Dieser ist für Frequenzen bis 1.9 MHz durchlässig. Die Schaltung ist in Abbildung 2.14 abgebildet. Im Vergleich zum ungemischten Spannungsverlauf ist die Spannungsamplitude wesentlich vermindert. Dies hängt mit der Dämpfung der Amplitude durch den Mischer und den Tiefpass zusammen. Für die Aufzeichnung des gemischten Signals, für das wir eine maximale relevante Mischfrequenz von 200 kHz erwarten, kann eine wesentlich niedrigere Abtastfrequenz verwendet werden. Sie beträgt hier 10 MS/s, wodurch sich Frequenzen bis 5 MHz auflösen lassen. Das entsprechende Spektrogramm ist in Ab-



Abbildung 2.14.: Mischer & Tiefpass zur Mischung der Ausgangssignale des FlexDDS-NG zwecks Messung der Frequenzdifferenz

bildung 2.15 abgebildet. Der Spannungsverlauf mit der größten Leistung ist der dunkelrot dargestellte Verlauf. Die übrigen Frequenzverläufe mit um Größenordnungen verminderter Leistung kommen dadurch zustande, dass der Mischer alle vorhanden Frequenzen miteinander mischt, auch solche die eine geringe Intensität aufweisen. Für einen quantitativen Vergleich des Frequenzverlaufs wurde für jedes Zeitsegment das Frequenzmaximum bestimmt (blau in Abbildung 2.16) und neben dem theoretischen Verlauf (rot) aufgetragen. Eine sehr gute Übereinstimmung ist zu erkennen. Die Rampen entsprechen also den theoretisch erwarteten und die verwendete Messmethode funktioniert.



Abbildung 2.15.: Spektrogramm der Oszilloskopaufnahme nach Mischen der Ausgangssignale mit unterschiedlicher Frequenzskalierung: 0-5 MHz oben, 0-200 kHz unten

## 2.4. Atomtransport mit verschiedenen Frequenzrampen

Im Folgenden wollen wir – aufbauend auf dem einführenden Unterabschnitt 2.1.1 zu optischen Gittern – Eigenschaften des Atomtransports untersuchen. Dazu gehören Beschleunigung, Geschwindigkeit und Ort der Atome sowie Teilchenzahl und Heizrate. Die theoretischen Zusammenhänge werden mit gemessenen Werten für verschiedene Frequenzrampen verglichen. Außerdem wird der Transport für verschiedene Frequenzrampen verglichen und versucht, Merkmale für einen optimierten Transportprozess zu finden.

Um das Dipolpotential konkret zu berechnen, muss das in Gleichung 2.4 beschriebene Potential mit dem Faktor 4 multipliziert werden, um der Tatsache gerecht zu werden, dass es sich es sich beim vorliegenden Experiment um überlagerte Gauß-Strahlen handelt. Weiterhin ist die Darstellung der Potentialtiefe als Temperatur in Millikelvin sinnvoll. Dadurch ergibt sich

$$U_{DT,T} = 4 \cdot \frac{\pi c^2 \Gamma}{2\omega_{DT}^2} \cdot \left(\frac{2}{\Delta_{D_2}} + \frac{1}{\Delta_{D_1}}\right) \cdot I(\boldsymbol{r}) \cdot \frac{10^3}{k_B}$$
(2.22)



Abbildung 2.16.: Vergleich des gemessenen Frequenzverlaufs (blau) mit dem programmierten Frequenzverlauf (rot)

Um das Dipolpotential gemäß Gleichung 2.22 für das vorliegende Experiment zu berechnen, sind die Daten des Experiments einzusetzen:

 $\lambda_{DT} = 805 \text{ nm Wellenlänge der Dipolfalle}$   $w_0 = 21 \,\mu\text{m halber Modenfelddurchmesser } (MFD) \text{ der Faser}$   $P_1 = 0.6 \text{ W maximale Leistung pro Dipolfallenstrahl}$   $\Gamma = 2\pi \cdot 6 \text{ MHz Zerfallskonstante der } D_2 \text{ -Linie}$   $\Delta_{D_2} = \omega_{D_2} - \omega_{DT} \text{ Verstimmung der } D_2 \text{ -Linie gegenüber der Dipolfalle}$   $\Delta_{D_1} = \omega_{D_1} - \omega_{DT} \text{ Verstimmung der } D_1 \text{ -Linie gegenüber der Dipolfalle}$   $I(\mathbf{r}) = \frac{2P_1}{\pi w_0^2 \cdot \left(1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2\right)} \text{ Intensität abhängig von Abstand } z \text{ zur Faserspitze}$ 

 $\omega_{DT}$  ist die Kreisfrequenz der Dipolfallenfrequenz. Trägt man nun die Fallentiefe gegen den Abstand von der Faserspitze auf, erhält man den in Abbildung 2.17 dargestellten Verlauf der Dipolfallentiefe in mK. Unmittelbar an der Faserspitze ist die Dipoltiefe maximal. Sie nimmt nach außen hin ab. Das heißt, dass einerseits das Atomensemble in der Nähe der Faser stärker lokalisiert wird, andererseits nimmt die Heizrate in diesem Bereich zu. Für die Heizrate ist gemäß Gleichung 2.6 über die Verstimmung der relevanten Übergänge zu summieren:

$$\dot{T} = \frac{2}{3} \frac{1}{1+\kappa} T_{\rm rec} \frac{\Gamma}{\hbar} U_{DT} \left( \frac{1}{\Delta_{D_1}} + \frac{1}{\Delta_{D_2}} \right)$$
(2.23)

 $U_{DT}$  bezeichnet hier die Dipolfallentiefe in der Einheit Js. Der Heizratenverlauf abhängig von der Position z ist in Abbildung 2.18 dargestellt. Die Heizrate nimmt bei Bewegung in Faserrichtung zu. Soll also beispielsweise die Heizrate konstant gehalten werden, so ist das Potential im Verlauf der Atombewegung entsprechend zu verringern.



Abbildung 2.17.: Dipolfallentiefe des vorliegenden Experiments in Abhängigkeit der Atomposition bezüglich der Faserspitze



Abbildung 2.18.: Heizrate des vorliegenden Experimentes in Abhängigkeit der Atomposition bezüglich der Faserspitze

#### Berechnung der Geschwindigkeit

Die Atome sind im vorliegenden optischen Gitter im Bereich der Intensitätsmaxima einer stehenden Welle gefangen. Durch Verstimmen der Frequenz eines Strahls kann die Lage der Intensitätsmaxima verändert werden. Die Atome bewegen sich in den Intensitätsmaxima mit und werden dadurch transportiert.

Nun wird die Geschwindigkeit dieses Transportes quantitativ berechnet, d.h. die Geschwindigkeit, mit der sich die stehende Welle bewegt. Der zeitabhängige Teil des Potentials wird durch

$$U(z,t) \propto \cos^2(\pi \Delta \nu t - kz) \tag{2.24}$$

beschrieben. k ist über die Wellenlänge der Dipolfalle gemäß  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$  gegeben. Die Frequenzverstimmung  $\Delta \nu$  kann im allgemeinsten Fall einen beliebigen zeitlichen Verlauf einnehmen:  $\Delta \nu = \Delta \nu(t)$ . Wir betrachten den Fall einer proportionalen Zunahme der Frequenz:

$$\Delta\nu(t) = m \cdot t$$

m beschreibt die Steigung des linearen Frequenzverlaufs. Der in Gleichung 2.24 erwähnte Term hat eine Periodizität von  $\pi$ . Um die zeitliche Abhängigkeit zu analysieren, setzten wir o.B.d.A. z = 0 und betrachten einen beliebigen, aber festen Zeitpunkt  $t_1$  während der linearen Frequenzrampe. Am betrachteten Ort z = 0 befinde sich zu diesem Zeitpunkt ein Potentialminimum. Der Zeitpunkt, an dem zum nächsten mal ein Potentialminimum an diesem Ort auftritt, nämlich nach einer Periodendauer, werde mit  $t_1 + \delta t$  bezeichnet. Da nun die zeitliche Dynamik der stehenden Welle viel schneller ist als die Änderung der Verstimmung, können wir in guter Näherung annehmen, dass die Verstimmung während der Periodendauer konstant bleibt:

$$\Delta\nu(t_1) = \Delta\nu(t_1 + \delta t)$$

Dann gilt:

$$\cos^2(\pi\Delta\nu(t_1)\cdot t_1) = \cos^2(\pi\Delta\nu(t_1)\cdot t_1 + \pi)$$
$$= \cos^2(\pi(\Delta\nu(t_1)\cdot t_1 + 1))$$

Ebenso gilt:

$$\cos^2(\pi\Delta\nu(t_1)\cdot t_1) = \cos^2(\pi\Delta\nu(t_1+\delta t)\cdot(t_1+\delta t))$$
$$= \cos^2(\pi\Delta\nu(t_1)\cdot(t_1+\delta t))$$

Also

$$\Delta\nu(t_1)\cdot t_1 + 1 = \Delta\nu(t_1)\cdot(t_1 + \delta t)$$
  

$$\Leftrightarrow 1 = \Delta\nu(t_1)\cdot\delta t$$
  

$$= m\cdot t_1\cdot\delta t$$

Während der Zeitdauer einer Periode hat sich ein Potentialminimum gerade um  $\lambda/2$ bewegt (wegen  $\cos^2(kz) = \cos^2(kz + \pi) = \cos^2(kz + \frac{k\lambda}{2}) = \cos^2(k(z + \frac{\lambda}{2}))$ ). Das Potentialminimum bewegt sich daher mit einer Geschwindigkeit von

$$v(t) = \frac{\lambda/2}{\delta t} = m \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot t.$$
(2.25)

Während die Wellenlänge des optischen Gitters eine Konstante des Experimentes ist, können wir die Steigung m der Frequenzrampe frei festlegen. Wir erwarten für lineare Frequenzrampen, dass die gemessene Geschwindigkeit linear mit der Zeit zunimmt. Für den Positionsverlauf als Funktion der Zeit ergibt sich dann ein quadratischer Zusammenhang:

$$s(t) = s_0 + v(t) \cdot t = s_0 + m \cdot \frac{\lambda}{4} \cdot t^2$$
 (2.26)

Die Beschleunigung, die auf die Atome wirkt, ergibt sich durch Ableiten der Geschwindigkeit nach der Zeit:

$$a(t) = \dot{v}(t) = m \cdot \frac{\lambda}{2} \tag{2.27}$$

Befinden sich die Atome also im ruhenden optischen Gitter ( $\Delta \nu = 0$ ) und wird eine lineare Frequenzrampe ausgeführt, so springt die Beschleunigung auf die Atome abrupt von 0 auf eine konstante Beschleunigung. Ob diese abrupte Beschleunigungsänderung einen relevanten zusätzlichen Heizeffekt auf die Atome ausübt, ist ein zu untersuchender Gegenstand. Ist dies der Fall, so kann eine stetig anwachsende Beschleunigung dem Aufheizeffekt entgegenwirken. Für die Realisierung solcher nicht-linearer Frequenzrampen ist mit der Programmierung des flexiblen Frequenzgenerators im Rahmen dieser Arbeit die experimentelle Grundlage gelegt worden.

#### Messwertaufnahme

Um die Aussagefähigkeit der aufgenommen Daten richtig bewerten zu können, ist es notwendig, sich einerseits mit dem zeitlichen Ablauf der Experimentsteuerung vertraut zu machen. Andererseits spielt auch die Auswertemethodik eine große Rolle für die Genauigkeit und Verlässlichkeit der Resultate.

Wir interessieren uns für die Verteilung der Atomwolke während des Transportprozesses. Mit Hilfe des Absorptionsabbildungsverfahrens kann dieser Prozess allerdings nicht kontinuierlich beobachtet werden. Stattdessen wird für jeden Messpunkt erneut ein Experimentalzyklus durchgeführt. Dieser besteht aus dem Laden von Atomen in die MOT und in die Dipolfalle. Während des Transportes wird das magnetische Feld der MOT ausgeschaltet. Um verschiedene Positionen aufzulösen, wird die Frequenzrampe zwar bei jedem Experimentalzyklus vollständig durchgefahren, der Prozess wird jedoch in der Mitte unterbrochen, um eine Absorptionsabbildung an der jeweiligen Position durchzuführen. Pro Position werden 5 Zyklen ausgeführt, das heißt 5 Bilder aufgenommen, welche das Ausgangsmaterial für die Auswertung bilden.

In Abbildung 2.19 sind exemplarisch die Ortsverteilungen der Atome für zwei lineare Frequenzrampen mit unterschiedlichen maximalen Frequenzdifferenzen (100 kHz und 200 kHz) während des Atomtransports abgebildet. Die Teilchendichte skaliert in dieser Darstellung mit der Farbe. Im (dunkel)roten Bereich ist die Teilchendichte groß, im blauen Bereich gering. Die Skalierung ist für jeden Zeitpunkt der Frequenzrampe und auch für beide Rampen identisch und damit vergleichbar. Auch der Bildausschnitt ist gleich gewählt. Rechts im Bild ist die Faserspitze zu sehen. Deutlich zu erkennen ist die unterschiedliche Positionierung der Atome nach unterschiedlichen Zeiten. Während die Teilchenverteilung zu Beginn der Rampe noch weitgehend identisch ist, bewegen sich Atome im Falle der doppelt so steilen Rampe schneller. Die Teilchenzahl nimmt im Laufe der Zeit ab. Dies wird im folgenden quantitativ untersucht.

Das Einlesen der Rohbilder und die Bestimmung von Teilchenzahl und Position erfolgt über ein bestehendes Auswerteprogramm, welches zum Teil leicht modifiziert und erweitert wurde. Betrachtungen zur Atomposition erfolgen mit Hilfe des zu ermittelnden Massenschwerpunkts (MSP). Seine Bestimmung geschieht durch Summation aller Pixel in jeder vertikalen Linie. Anschließend wird durch einen Gaußschen Fit in der Horizontalen der Massenschwerpunkt bestimmt. Die Messungenauigkeit des Massenschwerpunkts wird über eine statistische Mittelung der 5 pro Position aufgenommenen Bilder ermittelt.

#### Vergleich linearer Frequenzrampen

Um den Einfluss verschiedener Frequenzsteigungen zu untersuchen, werden zunächst ausschließlich lineare Rampen verschiedener Länge und Frequenzdifferenz untersucht:

- a Lineare Rampe,  $\Delta f = 300 \,\mathrm{kHz}$ ,  $100 \,\mathrm{ms}/10 \,\mathrm{ms}$  Auf-/Abstiegszeit
- b Lineare Rampe,  $\Delta f = 300 \,\mathrm{kHz}$ ,  $50 \,\mathrm{ms}/10 \,\mathrm{ms}$  Auf-/Abstiegszeit
- c Lineare Rampe,  $\Delta f = 400\,\mathrm{kHz},\,50\,\mathrm{ms}/10\,\mathrm{ms}$  Auf-/Abstiegszeit
- d Lineare Rampe,  $\Delta f = 200 \,\mathrm{kHz}$ ,  $100 \,\mathrm{ms}/10 \,\mathrm{ms}$  Auf-/Abstiegszeit

Die absteigende Frequenzrampe wird zwar ausgeführt, wir betrachten aber zunächst nur die aufsteigende Rampe, um die Beschleunigungen zu vergleichen. Nach dem oben beschriebenen Verfahren werden jeweils alle Massenschwerpunkte bestimmt und gegen die Flugzeit aufgetragen, wie in Abbildung 2.20 dargestellt. Die Massenschwerpunkte, die sich über die 5 unabhängigen Messungen berechnen, werden gemittelt. Als Fehler wird die statistische Standardabweichung verwendet. Dieser Fehler ist sehr gering und in dieser und den folgenden Abbildungen stets eingezeichnet. Ist er nicht zu erkennen, ist er kleiner als der eingezeichnete Markierungspunkt.

Dargestellt sind in der Abbildung die MSP-Position als Funktion der Zeitdauer. Der jeweils letzte Messpunkt stellt die Position nach Ende der beschleunigenden Frequenzrampe dar. Die Anfangsposition ("MOT-Position") ist bei allen Rampen identisch. Sie liegt bei ca. 0.7 mm, gemessen vom Bildrand des aufgenommenen Bildes. Das Faserende befindet sich bei ca. 5.7 mm. So steht insgesamt eine Länge von 5 mm außerhalb der



Abbildung 2.19.: Bildreihe: Vergleich der Atomposition bezüglich Faser (rechts im Bild) für jeweils lineare Frequenzrampen der Dauer 100 ms aufsteigend und 10 ms absteigend auf 200 kHz (jeweils oben) bzw. 100 kHz (jeweils unten) nach 0, 50 und 110 ms Bewegungszeit.



Abbildung 2.20.: Vergleich des Positionsverlaufs verschiedener linearer Frequenzrampen mit quadratischem Fit

Faser zur Verfügung, in der die Atome beschleunigt und abgebremst werden können. Die Kurvenform der Messungen ist parabelförmig mit unterschiedlichen Stauchungsfaktoren. Die Atome erreichen bei der rot dargestellten Rampe ihre größte Endposition. Die Endposition für die blau und hellblau dargestellten Kurven endet jeweils bei 4 mm, während die grün dargestellte Kurve die kleinste Endposition aufweist. Dies bestätigt die Erwartung, dass für lineare Frequenzrampen die Position proportional zu Zeitdauer und Steigung der Frequenzrampe ist. Die Anpassung der Messwerte an eine quadratische Funktion bestätigt die Erwartung eines parabolischen Ortsverlaufs, wie er sich aus einer konstanten Beschleunigung bei linearen Frequenzrampen ergibt. Die Messwerte wurden in ein Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm umgewandelt, indem aus benachbarten Ortspunkten eine Geschwindigkeit bestimmt wurde:

$$v_{i+1} = \frac{x_{i+1} - x_i}{t_{i+1} - t_i}$$

 $0 \leq i \leq N-1$  bezeichnet die Indizes der N Messwerte. Die Geschwindigkeitsdarstellung ist in Abbildung 2.21 dargestellt. Der erwartete Zusammenhang einer linearen Frequenzerhöhung wird durch lineare Fits bestätigt. Ihre Steigung ist die konstante Beschleunigung einer jeden Rampe. Die aus theoretischen Betrachtungen hergeleitete Formel für die Beschleunigungen  $a(t) = \frac{\lambda}{2} \cdot m$  wird verwendet, um in Abbildung 2.22 die experimentell bestimmten Beschleunigungswerte mit den theoretischen zu vergleichen. Die Steigungen m ergeben sich aus dem Verhältnis von maximaler Frequenzdifferenz und Rampendauer und liegen für die ausgewählten Rampen zwischen 2 MHz/s (cyan)

und 8 MHz/s (blau). Die Abbildung zeigt die theoretischen Beschleunigungen (grün), die experimentell bestimmten Werte (hellblau) und die Unsicherheiten der Beschleunigungen (dunkelblau), welche sich aus den linearen Fits ergeben. Die Theorie-Werte liegen alle in der selben Größenordnung wie die experimentellen Werte, jedoch nicht im angegebenen Konfidenzintervall. Auffällig ist, dass die experimentell bestimmten Beschleunigungen alle niedriger sind als die erwarteten Werte. Dies deutet auf einen strukturellen Effekt hin – bei der Messung, der Auswertung oder auch einer fehlerbehafteten theoretischen Beschreibung. Eine zu geringe Transporteffizienz ist bei den geringen Beschleunigungen nicht zu erwarten. Schrader et al. [12] geben eine sogar hohe Effizienzen für Beschleunigungen an, welche mehrere Größenordnung über der vorliegenden Beschleunigung liegen. Die maximal mögliche Beschleunigung ist demnach für die vorliegenden Experimentgrößen gegeben durch  $a_{max} = |U_0|k/m_{Rb} = 3.7 \text{ m/s}^2$ , wenn man für die Dipoltiefe eine untere Abschätzung von 0.5 mK annimmt.

Möglich ist, dass die Bestimmung des Massenschwerpunktes einen positionsabhängigen systematischen Fehler liefert. Die Verteilung der Atome ist nämlich vereinfacht als Gaußsch angenommen worden. Weitere Erkenntnisse können gewonnen werden, indem die Teilchenabnahme im Verlauf der Frequenzrampe analysiert wird. Die Teilchenabnahme führt zu einem geringeren Signal-Rausch-Verhältnis und ist in der Lage, die Bestimmung des Massenschwerpunktes zu erschweren.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass der Zusammenhang zwischen der Beschleunigung und der Steigung der Frequenzrampe eindeutig nachweisen lässt, sowohl qualitativ als auch quantitativ. Zu untersuchen bleibt die lediglich geringe Abweichung zu den theoretisch vorhergesagten Werten.



Abbildung 2.21.: Vergleich des Geschwindigkeitsverlaufs verschiedener linearer Frequenzrampen mit linearem Fit



Abbildung 2.22.: Vergleich der Beschleunigung für verschiedene Frequenzrampen anhand gemessener (blau) und berechneter Werte (grün)

#### Vergleich einer linearen Rampe mit einer S-Rampe

Mit der gleichen Methodik wie im vorangegangenen Abschnitt werden nun eine lineare und eine S-förmige Frequenzrampe mit ähnlichen Parametern verglichen. Im Gegensatz zu linearen Rampen führen S-förmige Rampen zu einer flacheren Beschleunigungskurve. Die Steigung der S-Rampe ist positionsabhängig und übersteigt die Steigung der linearen Rampe im Verlauf der Rampe bei gleicher maximaler Frequenzdifferenz. Verglichen werden:

- e Lineare Rampe,  $\Delta f = 200 \,\mathrm{kHz}$ ,  $100 \,\mathrm{ms}/10 \,\mathrm{ms}$  Auf-/Abstiegszeit
- f S-Rampe,  $K_{\rm up} = K_{\rm down} = 10$  gemäß Gleichung 2.20,  $\Delta f = 200$  kHz, 100 ms/10 ms Auf-/Abstiegszeit

Im Gegensatz zum vorhergehenden Beispiel wurde bei diesen Messungen auch der Abbremsvorgang mit betrachtet. Dieser zeichnet sich einerseits dadurch aus, dass er in der Nähe des Faserendes stattfindet, d.h. im Bereich einer großen Dipolfallentiefe. Außerdem ist der Betrag der Abbremsung sehr groß, da die Absenkung der gesamten Frequenzverstimmung in einer Zeit von nur 10 ms stattfindet. Der Positionsverlauf der Kurven ist in Abbildung 2.23 dargestellt. Die dunkelblauen Werte stellen den Bereich der beschleunigten Bewegung bis 100 ms für die lineare Rampe dar. Die hellblauen Werte zeigen die Positionen für den Abbremsvorgang. Analog sind für die S-Rampe die Positionen im Bereich der Beschleunigung (rot) sowie im Bereich der Abbremsung (magenta) eingezeichnet. Der parabelförmig Verlauf der Position im Falle der linearen Rampe ist wohlbekannt. Die Abbremskurve sollte für die lineare Frequenzrampe ebenfalls durch einen parabelförmigen Verlauf beschrieben werden, was hier jedoch nicht

weiter betrachtet wird. Die selbe lineare Kurve wurde im vorangegangenen Abschnitt bereits betrachtet und diskutiert.

Beide Kurven starten an annähernd der selben Position. Vergleicht man das Verhalten der blauen Kurve mit dem Positionsverlauf der S-förmigen Kurve qualitativ, so lässt sich feststellen, dass die S-Kurve – aufgrund der anfangs geringen Steigung ihres Frequenzverstimmungsverlaufs – zunächst einen kleineren Ortswert aufweist. Zum Zeitpunkt t = 75 ms liegen die Atomwolken wieder gleichauf. Ab diesem Zeitpunkt weist der Massenschwerpunkt der S-Kurve einen größere Position auf. Der Transport führt damit auf einen der Faserspitze etwas näherliegenden Punkt. In beiden Fällen ist die Frequenzdifferenz nach Beendigung der Rampe wieder 0. Wir erwarten also, dass die Atome in ihrer Endposition wieder ruhen. Dazu betrachten wir die Geschwindigkeitskurven, dargestellt in Abbildung 2.21, welche wieder über die Differenzenquotienten benachbarter Messpunkte bestimmt wurden. Für die Geschwindigkeit der konstant beschleunigten Kurve (lineare Rampe, blau) wurde ein linearer Fit der Geschwindigkeit bis zum Zeitpunkt 100 ms vorgenommen. Gemäß dem Modell, dass bei beliebigen zeitabhängigen Verstimmungen  $\Delta \nu(t)$  für die Geschwindigkeit gilt  $v(t) = \frac{\lambda}{2} \Delta \nu(t)$ , wurde für den anderen Geschwindigkeitsverlauf ein S-förmiges Geschwindigkeitsverhalten angepasst:

$$v(t) = \frac{p_1}{(1 + \exp(-p_2(0.01 \cdot t - 0.5)))}$$

Der Parameter  $p_2$  ist derjenige, der die Krümmung der Kurve  $K_S$  beschreibt. Wir erhalten die in Tabelle 2.1 dargestellten Parameter.

Tabelle 2.1.: Vergleich der Parameter der gefitteten Geschwindigkeitskurven gemäß Abbildung 2.24

	lineare Kurve	S-Kurve
theoretischer Kurvenparameter	$m = 0.805 \frac{m}{s^2}$	$K_S = 10$
gefitteter Kurvenparameter	$a = 0.566 \frac{m}{s^2}$	$p_3 = 11.00$
mit Konfidenzintervall	$[0.472, 0.660]\frac{m}{s^2}$	[2.90, 19.1]

Die gefittete Krümmung von 11.00 liegt im Bereich des eingestellten Parameters von  $K_S = 10$ . Der entsprechende Fitfehler ist sehr groß, er liegt in der Größenordnung des Wertes selbst. Die Ursache dafür liegt an einigen Messwerten im Bereich zwischen 90 ms und 100 ms, welche eine große Abweichung zum gefitteten Verlauf haben. Dies liegt an der Methode der Geschwindigkeitsbestimmung: Im Bereich zwischen 90 ms und 100 ms wurden Messwerte kürzeren Zeitintervallen aufgenommen. Durch die Geschwindigkeitsbestimmung über Differenzenquotienten benachbarter Werte fallen kleinere Abweichungen stärker ins Gewicht.

Mit Hilfe dieser Beispiele können wir zusammenfassend bestätigen, dass sich die Momentangeschwindigkeit der Atome proportional zur zeitabhängigen Verstimmung verhält. Dies bestätigt den erwarteten Zusammenhang zwischen Transportgeschwindigkeit und Frequenzverstimmung.



Abbildung 2.23.: Vergleich des Positionsverlaufs eines linearen mit einem S-förmigen Frequenzverlauf



Abbildung 2.24.: Vergleich des Geschwindigkeitsverlaufs eines linearen mit einem Sförmigen Frequenzverlauf

#### Bestimmung der Teilchenzahl

Weitere Erkenntnisse liefert die Untersuchung der Teilchenzahlentwicklung. Die Bestimmung der Teilchenzahl erfolgt auf Basis der gleichen Bilder wie bei der Positionsbestimmung. In diesem Fall wird über die Pixel in Ausbreitungsrichtung summiert. Die theoretische Erwartung wird durch einen exponentiellen Abfall der Teilchenzahl beschrieben. Daher wird der zeitliche Verlauf der Teilchenzahl an eine Exponentialfunktion angepasst:

$$\exp(t) = p_1 \cdot \exp\left(-\frac{t}{p_2}\right) + p_3$$

Verglichen werden beispielhaft 4 verschiedene Frequenzverläufe:

- 1. Eine konstante Frequenz. Die Atome werden nicht transportiert und verbleiben in ihrer Ausgangsposition.
- 2. Eine lineare Frequenzrampe von 0 bis 200 kHz in 100 ms.
- 3. Eine S-Rampe mit  $K_S = 10$  von 0 bis 200 kHz in 100 ms.
- 4. Eine lineare Frequenzrampe von 0 bis 100 kHz in 200 ms.

Abbildung 2.25 zeigt für alle Frequenzverläufe die absolute Teilchenzahl in Abhängigkeit der Rampenzeit. Da sich die Anzahl der Atome, die zu Beginn in die Dipolfalle geladen werden, etwas unterscheidet – insbesondere an verschiedenen Versuchstagen mit voneinander abweichenden Einstellungen des Versuchsaufbaus – wird der Teilchenzahlverlauf zum besseren Vergleich normiert. Dies ist in Abbildung 2.26 dargestellt.

Neben den normierten Teilchenzahlen und ihren statistischen Messunsicherheiten ist auch der exponentielle Fit dargestellt. Die ruhenden Atome (magenta) weisen für große Wartezeiten die höchsten Lebensdauern auf. So befinden sich nach 200 ms noch ca. 30% der ursprünglich vorhandenen Atome in der Dipolfalle. Die ebenfalls 200 ms andauernde lineare Frequenzrampe weist nach dieser Zeit eine stärkere Teilchenzahlabnahme auf, ihre Teilchenzahl ist auf ca. 20% gesunken. Der Vergleich der nur 100 ms andauernden linearen und S-förmigen Rampen zeigt, dass die Teilchenzahl für die S-Rampe stärker abnimmt. Ein quantitativer Vergleich ist über den Fitparamter  $p_2$ möglich, welcher den jeweiligen Lebensdauern entspricht. Die Werte inklusive ihrer Konfidenzintervalle sind in Tabelle 2.2 dargestellt:

Die Unsicherheiten der Fitparameter sind jeweils relativ groß. Die Konfidenzintervalle aller Kurven überschneiden sich, doch qualitativ spiegeln sich die beschriebenen Verläufe in den Lebensdauern wieder.

Für das Experiment relevanter ist jedoch die Abhängigkeit der Teilchenzahl von der Position in der Dipolfalle. Diese Werte bestimmen nämlich die Transporteffizienz zur Faser. Die Ortsabhängigkeit der normierten Teilchenzahl ist in Abbildung 2.27 dargestellt. Die Messung, in der keine Frequenzrampe ausgeführt wird, ist nicht dargestellt,



Abbildung 2.25.: Vergleich der Teilchenzahlentwicklung für verschiedene Frequenzrampen in Abhängigkeit der Rampenzeit mit jeweiligen Exponentialfits



Abbildung 2.26.: Vergleich der normierten Teilchenzahlentwicklung für verschiedene Frequenzrampen in Abhängigkeit der Rampenzeit

da sich die Atomposition in diesem Fall nicht verändert. Wir vergleichen die Teilchenzahlen an der Atomposition von 3.5 mm, da dieser Ort in allen Fällen erreicht wird. Vergleicht man die beiden linearen Rampen, zeigt sich hier, dass die schneller durchfahrene Rampe (blau) eine höhere Transporteffizienz aufweist als die langsamer

Tabelle 2.2.: Lebensdauern in der Dipolfalle für verschiedene Frequenzrampen

Rampe	Lebensdauer mit Konfidenzintervall [ms]
MOT-Position	171 [62, 280]
Linear $0\text{-}200\mathrm{kHz}$ in $100\mathrm{ms}$	$112 \ [75, 149]$
S-Rampe $0\text{-}200\mathrm{kHz}$ in $100\mathrm{ms}$	$94 \ [66, \ 122]$
Linear $0\text{-}100\mathrm{kHz}$ in $200\mathrm{ms}$	$148 \ [86, \ 210]$

durchfahrene Rampe (grün). Der Vergleich der beiden über 100 ms ausgeführten Kurven zeigt – wie schon bei der zeitabhängigen Messung –, dass die lineare Rampe eine höhere Transporteffizienz aufweist als die S-Rampe.

Wir haben also festgestellt, dass die Teilchenzahlabnahme nicht allein von der Zeit abhängt, sondern auch von der Bewegung der Atome, wie insbesondere der Vergleich zu den unbewegten Atomen zeigt. Die Ursache für die Teilchenzahlabnahme ist somit in der Beschleunigung sowie der ortsabhängigen Dipolfallentiefe zu suchen. Um herauszufinden, welcher der Parameter entscheidend ist, ist es in Zukunft notwendig, die Dipolfallentiefe zeitabhängig so anzupassen, dass Atome stets die gleiche Dipolfallentiefe erfahren.



Abbildung 2.27.: Vergleich der normierten Teilchenzahlentwicklung für verschiedene Frequenzrampen in Abhängigkeit der Atomposition

#### Bestimmung der Temperatur

Die Temperatur des Atomensembles lässt sich über eine Flugzeitmessung (engl. *time of flight*, TOF) bestimmen. Die Idee dahinter besteht darin, dass die Dipolfalle ausgeschaltet wird und sich die Atome nun frei ausbreiten. In unterschiedlichen zeitlichen Abständen nach Ausschalten der Dipolfalle wird die örtliche Verteilung der Atome gemessen. Je nach Temperatur entfernen sich die Atome unterschiedlich weit von ihrem ursprünglichen Massenschwerpunkt. Deshalb lässt sich über die Ausbreitung der Atome die Temperatur bestimmen. Zur Auswertung dieser Aufnahmen wird ein bestehendes Programm verwendet, welches die Ausbreitung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung über die TOF-Messung bestimmt.

Die mit dieser Methode bestimmten Temperaturen wurden für 3 verschiedene Parametersätze untersucht:

- 1. Keine Frequenzrampe, MOT-Position.
- 2. Lineare Frequenzrampe, 0 200 kHz in 100 ms, 200 kHz 0 in 10 ms.
- 3. S-Rampe (k = 10), 0 200 kHz in 100 ms, 200 kHz 0 in 10 ms.

Die Darstellung der Temperatur in Abhängigkeit der Zeit ist in Abbildung 2.28 abgebildet. Da wir zwei Frequenzrampen mit ähnlichen Parametern vergleichen, ergibt die Auftragung gegen den Ort einen ähnlichen Verlauf. Diskutiert wird daher der zeitabhängige Verlauf der dargestellten Temperaturverläufe. Auffällig sind die großen Unsicherheiten bei der Bestimmung der Temperatur, die sich in großen Fehlerbalken niederschlagen. Insbesondere weisen die beiden Frequenzrampen für große Zeiten, die Positionen nahe der Faser entsprechen, sehr große Unsicherheiten auf. Die Ursache dafür liegt in der Methode der Flugzeitmessung begründet. Während der Flugzeit breiten sich die Atome aus und die Atomdichte nimmt ab. Dadurch sinkt auch das Signal-Rausch-Verhältnis im Vergleich zu stärker lokalisierten Atomensembles. Die der TOF-Messung zugrundeliegende Anpassung an eine Gauß-Funktion weist daher eine große Unsicherheit auf. Insbesondere im Bereich großer Zeiten ist die Teilchenzahl ohnehin stark reduziert, wie im vorangegangenen Abschnitt gezeigt wurde, wodurch das Signal-Rausch-Verhältnis weiter vermindert wird.

Dennoch lassen sich qualitative Aussagen über das Temperaturverhalten anhand der dargestellten Grafik ablesen: Die Temperatur ruhender Atome bleibt auf einem konstanten Niveau. Beschleunigte Atome werden im Vergleich dazu wärmer. Insbesondere in Fasernähe ist ein starker Anstieg der Temperatur zu verzeichnen. Für ein unterschiedliches Temperaturverhalten von linearer und S-Rampe finden sich aufgrund der großen Unsicherheiten keine Hinweise.

Dies lässt den Schluss zu, dass als Ursache für die Heizrate wiederum die Beschleunigung der Atome oder die in Fasernähe stark erhöhte Dipolfallentiefe in Frage kommen. Wie bei der Betrachtung der Teilchenzahl ist die Entscheidung nach der Ursache möglich, indem die Dipolfallentiefe dynamisch angepasst wird.



Abbildung 2.28.: Vergleich des Temperaturverlaufs für verschiedene Rampen durch TOF-Messung

# 3. Fazit und Ausblick

In dieser Bachelorarbeit konnte ein flexibel programmierbarer Frequenzgenerator – trotz anfänglicher Schwierigkeiten – erfolgreich programmiert werden. Eine benutzerfreundliche Oberfläche wurde geschaffen, um verschiedene Frequenzformen zu generieren. Die resultierenden Frequenzverläufe wurden erfolgreich vermessen und das Gerät konnte in das bestehende Experiment integriert werden. Somit wurde die Grundlage gelegt, um die Optimierung des Transportprozesses mit dem optischen Förderband weiter zu untersuchen.

Von zentraler Bedeutung für zukünftige Untersuchungen ist dabei die Anpassung des Dipolpotentials, um die Ursachen für die Heizrate und Teilchenverluste in der Dipolfalle genauer zu verstehen. Insbesondere Temperaturmessungen sind nahe der Faser zur Zeit nicht präzise möglich, da die Teilchenzahl und damit das Signal-Rausch-Verhältnis zu klein sind. Sobald dies möglich ist, kann auch der Abbremsvorgang, der eine wesentlich größere Beschleunigung auf die Atome darstellt, präziser vermessen werden. Die digitale Anpassung der Spannungsamplitude ist mit dem vorliegenden Frequenzgenerator grundsätzlich möglich; die Umsetzung überstieg aber den Rahmen dieser Bachelorarbeit.

Weiterhin kann die räumliche Verteilung der Atomwolke weiter untersucht werden. Dadurch lässt sich ein weiterer Einblick in die Dynamik des Transportes gewinnen. Neben experimentellen Optimierungen kann auch eine analytische Berechnung bzw. Simulation des Transportvorgangs Hinweise auf eine praktische Optimierung geben. Schließlich sei angemerkt, dass die Bewegung der Atome im Rahmen dieser Arbeit nur außerhalb der Hohlkernfasern bewegt wurden. Eine genaue Untersuchung der Bewegung in der Faser ist jedoch auch notwendig, da zukünftige Experimente insbesondere die Wechselwirkungen innerhalb Hohlkernfasern untersuchen sollen.

# A. Anhang

# A.1. Beispielcode

Die unten aufgelistete Befehlsfolge zeigt beispielhaft, wie mit dem FlexDDS-NG kommuniziert wird. Zunächst wird die Anzahl der Rückmeldungen des FlexDDS-NG auf Fehlermeldungen beschränkt (interactive off) und ein Zurücksetzen der Registerund Pinwerte veranlasst (dds reset). Daraufhin werden interne Register des *AD9910* so beschrieben, dass der Rampenmodus durchgeführt werden kann. Optional erfolgt das Setzen einer anfänglichen Amplitude, Phase und Frequenz durch Beschreiben der STPO-Register beider DDS. Schließlich werden – wieder für beide DDS – die Frequenzgrenzen (DRL-Register) auf 80 MHz gesetzt und Werte für die Größen der Frequenz-Schritte (DRSS-Register) sowie die Größen der Zeit-Schritte (DRR-Register) gewählt. Es wird eine kurze abfallende Rampe und unmittelbar darauf eine kurze steigende Rampe ausgeführt (dcp update:-d bzw. dcp update:+d). Der abschließende Befehl dcp start leert den lokalen Puffer und startet den DCP.

Diese Befehle werden zu Beginn des LabVIEW-Programms einmalig zu Initialisierung an den FlexDDS-NG geschickt.

Code A.1: Code zur Initialisierung mit 80 MHz und Setzen des DRG-Modus

```
interactive off
dds reset
dcp spi:CFR1=0x400000
dcp spi:CFR2=0x80080
dcp 0 spi:STP0=0x3FFF0000028F5C29
dcp 1 spi:STP0=0x3FFF0000028F5C29
dcp 0 spi:DRL=0x147AE148147AE148
dcp 0 spi:DRSS=0xFFFFFFF00000000
dcp 0 spi:DRR=0xFFFF
dcp 0 update:u-d
dcp 0 update:+d
dcp 1 spi:DRL=0x147AE148147AE148
dcp 1 spi:DRSS=0xFFFFFFF00000000
dcp 1 spi:DRR=0xFFFF
dcp 1 update:u-d
dcp 1 update:+d
dcp start
```

# **B.** Literaturverzeichnis

- [1] 1 GSPS, 14-Bit, 3.3V CMOS Direct Digital Synthesizer AD9910. Rev. E. Analog Devices. URL: http://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/AD9910.pdf (besucht am 11.12.2016).
- [2] Coaxial Frequency Mixer ZAD-3+. Rev. D. Mini-Circuits.
   URL: https://www.minicircuits.com/pdfs/ZAD-3+.pdf (besucht am 10.12.2016).
- [3] Coaxial Low Pass Filter BLP-1.9+. Rev. C. Mini-Circuits. URL: https://www.minicircuits.com/pdfs/BLP-1.9+.pdf (besucht am 18.12.2016).
- [4] FlexDDS Flexible Multi-Channel Phase-Coherent RF Source. Rev. 0. WieserLabs. URL: http://www.wieserlabs.com/prod/e/rf/flexdds-ng/FlexDDS-NG-
- [5] FlexDDS-NG DUAL.

docu.pdf (besucht am 24.11.2016).

Rev. 1. WieserLabs. URL: http://www.wieserlabs.com/prod/e/rf/flexdds-ng-dual/FlexDDS-NG\_DUAL-r1.pdf (besucht am 10.12.2016).

- [6] R. Grimm, M. Weidemüller und Y. B. Ovchinnikov. "Optical dipole traps for neutral atoms". 1999.
- M. Langbecker, M. Noaman und P. Windpassinger.
   "Towards nonlinear optics with cold Rydberg atoms inside a hollow core fiber".
   In: *CLEO: 2015.* Optical Society of America, 2015.
- [8] D. Meschede. *Optik, Licht und Laser.* Vieweg + Teubner, 2008.

### B. Literaturverzeichnis

[9] NI. Erfassen von Analogsignalen: Bandbreite, Nyquist-Abtasttheorem und Alias-Effekt. 2016. URL: http://www.ni.com/white-paper/2709/de/ (besucht am 17.12.2016).
[10] S. Okaba u.a. "Lamb-Dicke spectroscopy of atoms in a hollow-core photonic crystal fibre". In: Nature Communications 5 (2014).
[11] P. Schneeweiss u.a. "A nanofiber-based optical conveyor belt for cold atoms". In: Applied Physics B 110.3 (2013).
[12] D. Schrader u.a. "An optical conveyor belt for single neutral atoms".

In: Applied Physics B 73.8 (2001).
[13] S. Vorrath. "Entwicklung eines neuartigen, laserbasierten, photonischen Wellenleiters für ultrakalte Atome".

Diss. Universität Hamburg, 2008.

 S. Vorrath u. a. "Efficient guiding of cold atoms through a photonic band gap fiber". In: New Journal of Physics 12.12 (2010).

# C. Danksagung

Ich möchte mich an dieser Stelle besonders bei Maria Langbecker und Mohammad Noaman bedanken, die jederzeit für Fragen offen waren und hilfreiches Feedback gaben. Außerdem danke ich Frederic Wagner für seine zahlreichen konstruktiven Anregungen und Alexander Segner für das Korrekturlesen der Arbeit.

Desweiteren geht mein Dank an Herrn Prof. Windpassinger, der mir die Anfertigung dieser Bachelorarbeit in seiner Arbeitsgruppe ermöglicht hat, und an Herrn Prof. Walz für die Übernahme der Zweitkorrektur.