

Interferometrische Untersuchung der Durchbiegung von ZERODUR-Modulen

von

Christian Korn

Masterarbeit in Physik
vorgelegt dem Fachbereich Physik, Mathematik und Informatik (FB 08)
der Johannes Gutenberg-Universität Mainz
am 29. November 2018

1. Gutachter: Prof. Dr. Patrick Windpassinger
2. Gutachter: Prof. Dr. Klaus Wendt

Ich versichere, dass ich die Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie Zitate kenntlich gemacht habe.

Mainz, den 29. November 2018

Christian Korn
QUANTUM
Institut für Physik
Staudingerweg 7
Johannes Gutenberg-Universität D-55099 Mainz
chkorn@students.uni-mainz.de

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Theoretische Grundlagen	6
2.1. Statik, die Verbiegung von Balken	6
2.2. Simulationen mit Finite-Elemente-Methode	17
2.3. Interferometrie	23
2.3.1. Spannungssignal der Fotodiode ohne Verkippung des Messstrahls	24
2.3.2. Spannungssignal der Fotodiode mit Verkippung des Messstrahls	27
2.4. Verknüpfung der Verbiegung der Zerodurplatten mit dem Interferometersignal	40
3. Modelltests mit verschiedenen Michelson-Interferometern	44
3.1. Einseitig befestigtes Interferometer	44
3.2. Interferometrische Messung der Durchbiegung einer beidseitig aufliegenden Glasplatte	45
4. Versuchsaufbau	49
4.1. Bestimmung der geeigneten Maße für die ZERODUR-Platten	49
4.1.1. Bestimmung der geeigneten Plattendicken mit Hilfe des Modells der einseitigen Einspannung	50
4.1.2. Korrektur der Plattenlänge für die beidseitig aufliegenden ZERODUR-Platten	54
4.2. Entwurf der Vorrichtung zur Kraftübertragung	56
4.2.1. Simulationen für die einseitige Einspannung	56
4.2.2. Simulationen für die beidseitig aufliegenden ZERODUR-Platten	60
4.2.3. Vorrichtung zur Kraftübertragung	64
4.2.4. Kraftausübung mittels Piezo	66
4.3. Verarbeitung des Signals der Kraftmessdose	68
4.4. Darstellung des vollständigen Versuchsaufbaus	73
5. Messergebnisse	77
5.1. Messungen an den einfachen ZERODUR-Platten	77
5.2. Messungen an einer ZERODUR-Platte mit Bienenwabenstruktur . . .	85
5.3. Fehlerdiskussion	88
6. Zusammenfassung und Ausblick	91

Inhaltsverzeichnis

A. Anhang	93
A.1. Bestimmung der geeigneten Gitterelementgröße für die Simulationen mit Finite-Elemente-Methode	93
A.2. Python Code zum Auslesen des Red Pitaya	96
A.2.1. Code zum Auslesen der Messdaten	96
A.2.2. Code zur Eichung der Kraftmessdose	98
A.3. Datenblattauszüge zentraler Bauteile	100
A.3.1. Eigenschaften von ZERODUR	100
A.3.2. Laserdiode	103
A.3.3. Fotodiode	105
A.3.4. Piezo	108
A.3.5. Instrumentenverstärker	110
B. Danksagung	115

1. Einleitung

Diese Masterarbeit wurde in der Arbeitsgruppe QUANTUM, Forschungsgruppe „Experimentelle Quantenoptik und Quanteninformation“ von Prof. Dr. Patrick Windpassinger, durchgeführt. Dort werden unter anderem Experimente an Atomen unter Schwerelosigkeit vorgenommen, indem die experimentellen Aufbauten in Raketen auf Parabelflüge geschickt werden. Bereits erfolgte Experimente sind die Frequenzstabilisierung eines DFB-Lasers auf den D2-Übergang von ^{87}Rb (FOKUS [1], 23.04.2015), die erste D2 ^{39}K -Spektroskopie im Weltraum (KALEXUS [2], 23.01.2016) und das erste Rb-Atominterferometer in einer Rakete (MAIUS-1 [3], 23.01.2017). In Planung sind die Experimente MAIUS-2 (2020) und MAIUS-3 (2021) für Rb/K-Atominterferometrie an Bord einer Rakete und BECCAL [4] (2022) für Experimente auf der internationalen Raumstation ISS, inklusive der Rb/K-Atominterferometrie. In all diesen Experimenten kommen Lasersysteme zum Einsatz. Ein Teil dieser Lasersysteme sind optische Bänke zur Verteilung und Manipulation des Lichts, welche an der Johannes Gutenberg-Universität Mainz hergestellt werden. Deren optische Komponenten werden auf ZERODUR-Modulen aufgebaut und ein solches Modul wird in Abbildung 1.1 gezeigt. ZERODUR ist eine Glaskeramik vom Hersteller Schott. Dabei handelt es sich um Glas mit positivem Temperatúrausdehnungskoeffizient, in das Keramik kristalle mit negativem Temperatúrausdehnungskoeffizient eingebettet sind. Bei Erwärmung dehnt sich das Glas aus, während sich die Keramik kristalle zusammenziehen. Bei richtigem Mischungsverhältnis kann so erreicht werden, dass der Temperatúrausdehnungskoeffizient von ZERODUR annähernd Null ist. Tatsächlich beträgt dieser für den Temperaturbereich von 0°C bis 50°C :

$$CTE = (0 \pm 0,1) \cdot 10^{-6}/\text{K}.$$

Siehe dazu das Datenblatt „ZERODUR - Extremely low Expansion Glass Ceramic“ im Anhang, Kapitel A.3.1. Durch die Verwendung von ZERODUR-Modulen wird so verhindert, dass sich in Folge von Temperaturschwankungen die Abstände zwischen den optischen Komponenten verändern. Dies würde dazu führen, dass die Laserstrahlen nicht mehr optimal justiert sind. In den Experimenten erfolgt die Ein- und Auskoppelung von Laserstrahlen in Glasfasern. Drei solcher Faserkoppler sind in Abbildung 1.1 zu sehen. Die Koppeleffizienz η für die Einkopplung von Lichtleistung in eine Glasfaser ist gegeben durch:

$$\eta = \frac{P_{\text{eingekoppelt}}}{P_{\text{einfallend}}}.$$

Darin ist $P_{\text{eingekoppelt}}$ die in die Glasfaser eingekoppelte Lichtleistung, während $P_{\text{einfallend}}$ die gesamte auf die Glasfaser treffende Lichtleistung ist. Die Verwendung

1. Einleitung



Abbildung 1.1.: ZERODUR-Modul mit drei Faserkopplern im Hintergrund

von ZERODUR-Modulen führt zu einer Stabilisierung der Koppeffizienz durch die Minimierung der Temperatursausdehnung. Da die experimentellen Aufbauten in Raketen bzw. innerhalb der ISS untergebracht werden müssen, kommt es darauf an, Volumen und Masse einzusparen. Dies hat Auswirkungen auf die Belastbarkeit und die Durchbiegung der ZERODUR-Module und folglich auch auf die Koppeffizienz η . Um dies zu verdeutlichen, siehe Abbildung 1.2. In Abbildungsteil (a) ist die Seitenansicht eines unbelasteten ZERODUR-Moduls zu sehen, auf dem auf der einen Seite ein Laserstrahl aus einer Glasfaser ausgekoppelt und auf der anderen Seite wieder in eine Glasfaser eingekoppelt wird. Dabei werden die Koppler so eingestellt, dass die Koppeffizienz η beim Einkoppeln des Lasers in die Glasfaser F2 möglichst hoch ist. Wird das ZERODUR-Modul nun beispielhaft am linken Ende eingespannt und am rechten Ende nach unten gedrückt, so verbiegt es sich, wie in Abbildungsteil (b) zu sehen. Dabei verkippfen die Faserkoppler gegeneinander. Die Folge ist, dass die in die Glasfaser F2 eingekoppelte Leistung $P_{\text{eingekoppelt}}$ und damit die Koppeffizienz η abnehmen. Bei der Verringerung der Masse und des Volumens der ZERODUR-Module kommt es vor, dass sie sich durch die Abnahme ihrer Breite oder der Materialdicke bei gleicher Belastung stärker verbiegen und die Koppeffizienz η noch weiter abnimmt. Das Ziel ist daher eine Optimierung des Volumens bzw der Masse bei einer möglichst hohen Koppeffizienz.

Dazu sollen bei der Entwicklung der Module entsprechende Simulationen mit dem Computerprogramm Autodesk Inventor durchgeführt werden, da die beteiligten Forschungsgruppen Inventor zur Modellierung verwenden. Es ist jedoch zunächst unklar, wie gut die Simulationen der Realität entsprechen. Während dieser Masterarbeit wurden auch Nastran In-CAD (ein Plugin für Inventor) und die Simulationssoftware Comsol Multiphysics verwendet. Dabei hat sich herausgestellt, dass das Nastran-Plugin für Inventor aufgrund der besseren Exportmöglichkeiten der Ergebnisse am sinnvollsten

1. Einleitung

für die erforderlichen Simulationen ist.

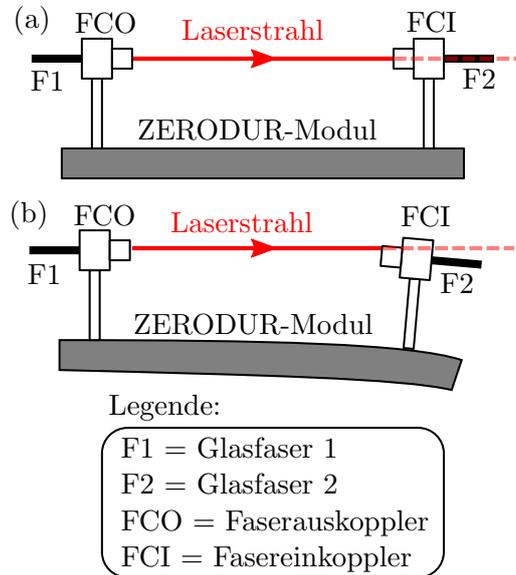


Abbildung 1.2.: Faser-Aus- und Einkopplung eines Laserstrahls auf einem ZERODUR-Modul. (a) ohne Verbiegung des ZERODUR-Moduls, (b) mit Verbiegung des ZERODUR-Moduls

Ziel dieser Masterarbeit ist die Konstruktion eines Versuchsaufbaus, um die Durchbiegung von ZERODUR-Modulen zu messen. Die Messergebnisse können dann genutzt werden, um die Simulationen zur Entwicklung der Module zu korrigieren und um die Simulationen komplexer Geometrien zu überprüfen. Dazu geht man zunächst von einem möglichst einfachen Modell aus, in dem die Verbiegung von ZERODUR-Platten mit zueinander parallelen Begrenzungsflächen betrachtet wird. Diese Platten besitzen die gleiche Länge L und Breite b , aber unterschiedliche Dicken d . Wie in Abbildung 1.3 gezeigt, werden die Platten senkrecht zu deren Oberfläche und gleichmäßig entlang einer Linie parallel zur Breite b mit der Kraft F belastet. Das ermöglicht die Verwendung des analytischen Modells der Balkenverbiegung aus der Statik, um die Verbiegung der Platten zu beschreiben. Die Platten müssen auf eine bestimmte Art befestigt werden, um eine Kraft auf sie ausüben zu können. Darauf wird noch in Kapitel 2.1 näher eingegangen. Über das analytische Modell der Balkenverbiegung und Simulationen kann dann der Versuchsaufbau entwickelt werden. Mit dem Aufbau werden Messungen an den oben beschriebenen ZERODUR-Platten vorgenommen. Durch den Vergleich der Messergebnisse mit der Vorhersage des analytischen Modells bzw. der Simulationen, ist es möglich die Präzision des Versuchsaufbaus zu bestimmen. Verbiegungen der ZERODUR-Platten sind im Mikrometer-Bereich zu erwarten. Daher ist für eine möglichst hohe Genauigkeit eine interferometrische Vermessung der Verbiegung der Platten sinnvoll. Nach den Quellen [5, 6] ist die Verwendung eines

1. Einleitung

Michelson-Interferometers die einfachste Lösung. Dieses benötigt nur eine geringe Anzahl optischer Komponenten und ist leicht zu justieren. Abbildung 1.4 zeigt das Messprinzip. Über einen nicht polarisierenden Strahlteilerwürfel BS wird ein Laserstrahl in zwei Teilstrahlen aufgeteilt, den Referenzstrahl BR und den Messstrahl BM. Der Referenzstrahl wird an dem ortsfesten Spiegel MR reflektiert und der Messstrahl am Spiegel MM, der auf der ZERODUR-Platte angebracht ist. Danach werden beide Teilstrahlen über den Strahlteilerwürfel BS zu einem Strahl überlagert, welcher auf eine Fotodiode FD gelenkt wird. In der Abbildung ist die ZERODUR-Platte einseitig eingespannt. Wird nun eine Kraft auf sie ausgeübt, so verbiegt sich die Platte und die Länge des Interferometerarms des Messstrahls ändert sich. Dadurch kommt es zu einer Phasenverschiebung zwischen Referenz- und Messstrahl, die mit der Fotodiode gemessen und somit die Verbiegung der Platte bestimmt werden kann. Auf das Prinzip der interferometrischen Vermessung gehe ich in Kapitel 2.3 noch näher ein. Computersimulationen können verwendet werden, um für ein beliebiges ZERODUR-Modul dessen Verbiegung bei einer gegebenen Belastung zu ermitteln. Die daraus gewonnenen geometrischen Informationen dienen dann wiederum zur Bestimmung des Einflusses auf die Koppeffizienz.

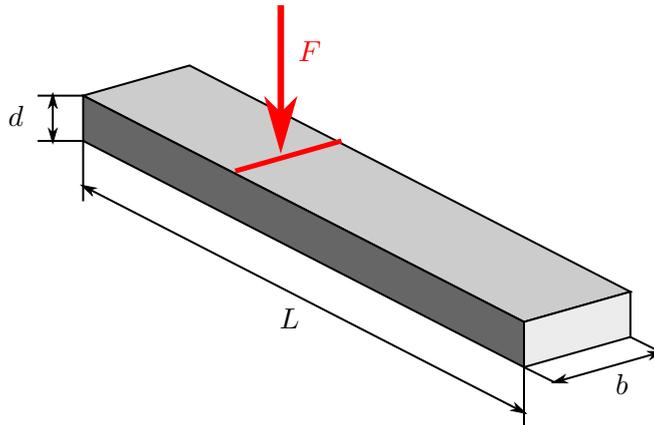


Abbildung 1.3.: ZERODUR-Platte mit Länge L , Breite b und Dicke d , die senkrecht zur Oberfläche und gleichmäßig entlang einer Linie parallel zur Breite b mit der Kraft F belastet wird.

Die vorliegende Arbeit ist wie folgt gegliedert. In Kapitel 2 werden zunächst die theoretischen Grundlagen behandelt. Abschnitt 2.1 befasst sich mit der Theorie der Balkenverbiegung aus der Statik. In Abschnitt 2.2 wird die Finite-Elemente-Methode behandelt, welche in Simulationssoftware wie Inventor, Nastran oder Comsol Multiphysics zum Einsatz kommt, und in Abschnitt 2.3 wird die interferometrische Vermessung detailliert beschrieben. Schließlich werden in Abschnitt 2.4 die geometrischen Konsequenzen der Balkenverbiegung mit der Interferometrie verknüpft. In Kapitel 3 werden die Erkenntnisse aus dem Interferometrie-Teil 2.3 experimentell mit Michelson-Interferometern überprüft. Kapitel 4 beschreibt die Entwicklung des Versuchsaufbaus

1. Einleitung

zur experimentellen Überprüfung der Plattenverbiegung. Dazu werden zunächst in Abschnitt 4.1 die Informationen aus Abschnitt 2.4 genutzt, um die für die Experimente geeigneten Maße der ZERODUR-Platten zu bestimmen. Die Abschnitte 4.2 bis 4.4 befassen sich mit allen übrigen Komponenten des Aufbaus. In Kapitel 5 werden die gewonnenen Messergebnisse diskutiert. Am Ende wird in Kapitel 6 der Inhalt dieser Arbeit zusammengefasst und es erfolgt ein Ausblick, welche Messungen und Simulationen an diese Arbeit anschließen können.

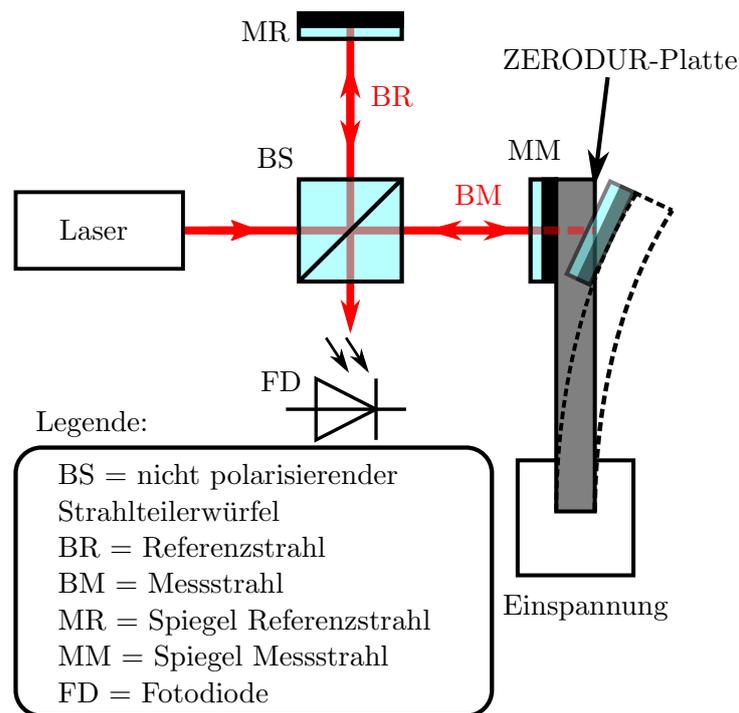


Abbildung 1.4.: Messung der Verbiegung einer ZERODUR-Platte über ein Michelson-Interferometer

2. Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen bereitgestellt, um die Verbiegung der ZERODUR-Platten beschreiben und den Versuchsaufbau entwickeln zu können. Dazu wird zunächst in Abschnitt 2.1 die Verbiegung von Balken aus dem physikalischen Bereich der Statik behandelt. Abschnitt 2.2 befasst sich mit der Finite-Elemente-Methode, welche von Simulationssoftware wie Inventor verwendet wird, um die Verbiegung beliebig geformter Festkörper bei beliebiger Krafteinwirkung zu beschreiben. Dadurch ist man nicht mehr allein auf die Biegung von quaderförmigen Festkörpern bei senkrechter Kraftausübung auf deren Oberflächen beschränkt, wie dies in Abschnitt 2.1 der Fall ist. Die Lösungen lassen sich aber im Allgemeinen nur noch graphisch darstellen und nicht mehr als Formel angeben. In Abschnitt 2.3 wird das Prinzip der Interferometrie detailliert beschrieben und Abschnitt 2.4 dient schließlich zur Verknüpfung der Ergebnisse aus der Theorie der Balkenverbiegung mit dem Interferometrie-Formalismus. Die sich daraus ergebenden Schlussfolgerungen werden dann in Kapitel 4 genutzt, um die geeigneten Maße der ZERODUR-Platten und die übrigen für den Versuchsaufbau erforderlichen Komponenten zu bestimmen.

2.1. Statik, die Verbiegung von Balken

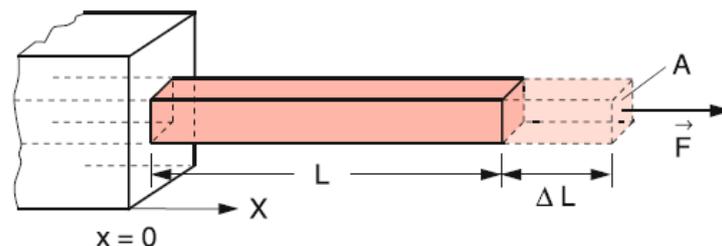


Abbildung 2.1.: Zur Definition der Zugspannung σ : Verlängerung eines bei $x = 0$ eingespannten Stabes um die Strecke ΔL durch Ausübung der Zugkraft \vec{F} . Entnommen aus [7]

Zunächst definieren wir die Zugspannung σ und betrachten dazu die Abbildung 2.1. Dort ist ein Stab der Länge L an der Stelle $x = 0$ eingespannt, welcher parallel zur x -Achse verläuft. An dessen anderen Ende setzt eine Zugkraft \vec{F} senkrecht auf der Querschnittsfläche A des Stabes an. Sie wirkt damit parallel zur x -Achse bzw. zum

2. Theoretische Grundlagen

Stab und führt zu einer Verlängerung des Stabes um die Strecke ΔL . Aus der Mechanik ist der Betrag F der Kraft gegeben durch:

$$F = E \cdot A \cdot \frac{\Delta L}{L}$$

Darin ist E das Elastizitätsmodul des Materials, aus dem der Stab besteht. Die Zugspannung σ auf den Stab ist wie folgt definiert:

$$\sigma := \frac{F}{A} = E \cdot \frac{\Delta L}{L} \quad (2.1)$$

Durch die Definition als Kraft pro Fläche hat sie die Einheit eines Drucks. Wir gehen jetzt von einem Balken aus, wie er in Abbildung 1.3 zu sehen ist, mit Länge L , Breite b und Dicke d . Dieser Balken wird von nun an in einem Koordinatensystem betrachtet, bei dem im unbelasteten Fall die x -Achse parallel zu L , die y -Achse parallel zu b und die z -Achse parallel zu d verläuft. Dies wird in Abbildung 2.2 gezeigt, in der der Balken von der Seite dargestellt ist. Die y -Achse zeigt dabei in die Papierebene hinein, was durch einen Kreis mit einem inneren Kreuz symbolisiert wird.

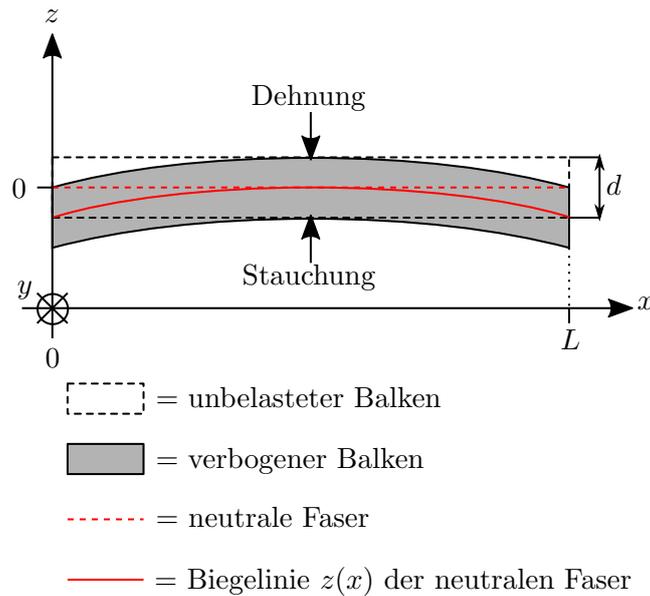


Abbildung 2.2.: Zur Definition des Koordinatensystems und der neutralen Faser. Dargestellt ist die Verbiegung eines Balkens mit Dicke d und Länge L .

Zudem gehen wir künftig immer davon aus, dass alle Kräfteinwirkungen auf den Balken parallel zur z - und somit senkrecht zur x - und y -Achse erfolgen. Die Kraft kann entlang der x -Achse variieren, ist aber entlang der y -Achse gleichmäßig auf dem Balken verteilt. Verbiegungen des Balkens erfolgen damit ausschließlich entlang der z -Achse und zwar abhängig von der Position auf der x -Achse. Im Folgenden ist daher

2. Theoretische Grundlagen

werden:

$$l = r \cdot \varphi$$

Die Verlängerung Δl der Schichten oberhalb und unterhalb der neutralen Faser gegenüber der Länge l ist:

$$\Delta l = z_B \cdot \varphi$$

Damit ergibt sich nach Gleichung (2.1) die Zugspannung σ auf die Balkenschichten:

$$\sigma = E \cdot \frac{\Delta l}{l} = E \cdot \frac{z_B}{r} \quad (2.2)$$

E ist das Elastizitätsmodul des Materials, aus dem der Balken besteht. Aus der Definition der Zugspannung σ in Gleichung (2.1) folgt die Kraft dF auf eine der Balkenschichten:

$$dF = \sigma \cdot b \cdot dz_B = E \cdot \frac{b}{r} \cdot z_B \cdot dz_B$$

Darin ist $b \cdot dz_B$ die Querschnittsfläche der Balkenschichten mit der Balkenbreite b und der Schichtdicke dz_B . Zudem wurde Gleichung (2.2) eingesetzt. Ausgehend von der neutralen Faser ist z_B die Länge des Hebelarms, an dem die Kraft dF ansetzt. Das Drehmoment dD_B auf die Balkenschicht ist daher:

$$dD_B = z_B \cdot dF = E \cdot \frac{b}{r} \cdot z_B^2 \cdot dz_B$$

Integriert man dies über die gesamte Balkendicke d , so erhält man das Drehmoment D_B auf den Balken, welches durch die Verbiegung der Balkenschichten verursacht wird:

$$D_B = E \cdot \frac{b}{r} \cdot \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} z_B^2 dz_B = \frac{E \cdot d^3 \cdot b}{12 \cdot r} \quad (2.3)$$

Wenn man hier Gleichung (2.2) einsetzt und entsprechend umstellt, so ergibt sich für die Zugspannung σ :

$$\sigma = \frac{12 \cdot z_B}{b \cdot d^3} \cdot D_B \quad (2.4)$$

Aus der Differentialgeometrie ist der Krümmungsradius r einer Kurve $z(x)$ wie folgt gegeben:

$$\frac{1}{r} = \frac{z''(x)}{[1 + z'(x)^2]^{3/2}} \quad (2.5)$$

Darin ist r der Krümmungsradius der Biegelinie $z(x)$, $z'(x) = dz/dx$ ist die erste und $z''(x) = d^2z/dx^2$ ist die zweite Ableitung der Biegelinie $z(x)$ nach x . Geht man von

2. Theoretische Grundlagen

einem sehr starren Balkenmaterial und folglich einem hohen Elastizitätsmodul E aus, so ist die Verbiegung des Balkens nur gering und man kann

$$z'(x) \approx 0 \quad (2.6)$$

setzen. Dadurch erhält man aus Gleichung (2.5):

$$\frac{1}{r} = z''(x)$$

Dies setzen wir wiederum in Gleichung (2.3) ein und stellen nach $z''(x)$ um:

$$z''(x) = \frac{12}{E \cdot d^3 \cdot b} \cdot D_B \quad (2.7)$$

Bis hier wurden alle Herleitungen aus [7] skizziert. Im Folgenden dient die Quelle [8] als Grundlage. Es gilt nun, die Zugspannung σ und die Biegelinie $z(x)$ mit der auf den Balken ausgeübten Kraft zu verknüpfen.

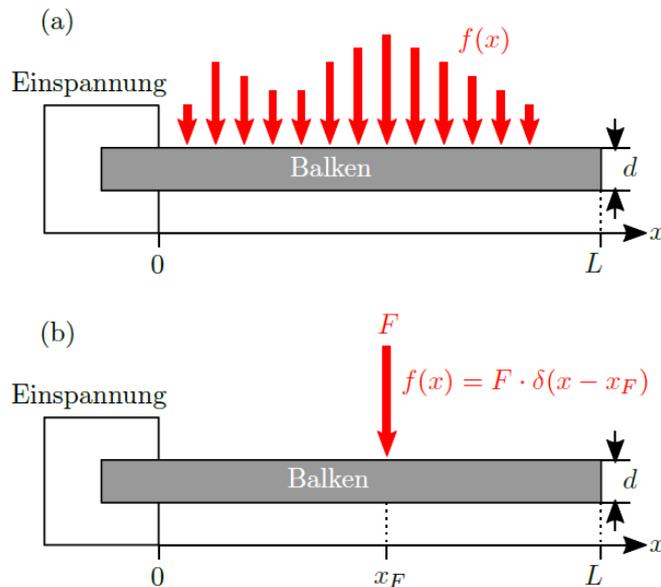


Abbildung 2.4.: Seitenansicht der Belastung eines einseitig eingespannten Balkens. Die Balkenlänge L wird ausgehend von der Einspannstelle gemessen. (a) Bei kontinuierlicher Streckenlast $f(x)$. (b) Bei einer an der Stelle $x = x_F$ wirkenden Kraft F .

Siehe dazu Abbildung 2.4. Hier ist beispielhaft ein Balken gezeigt, welcher einseitig eingespannt ist. In Abbildungsteil (a) wird der Balken kontinuierlich entlang der x -Achse mit der Kraftdichte $f(x) = dF/dx$, auch Streckenlast genannt, belastet. Sie ist

2. Theoretische Grundlagen

die wirkende Kraft dF pro Streckenelement dx . Die Kraft $F(x)$ an der Position x des Balkens erhält man durch Integration von $f(x)$:

$$F(x) = \int dx f(x) + C_4 \quad (2.8)$$

Mit dem unbestimmten Integral $\int dx f(x)$ und der Integrationskonstanten C_4 . Die Kraft $F(x)$ setzt an dem Hebelarm dx an, so dass das Drehmoment $D_F(x)$, welches durch die Kraft $F(x)$ auf den Balken hervorgerufen wird, durch eine weitere Integration gegeben ist:

$$D_F(x) = \int dx F(x) + C_3 = \iint dx^2 f(x) + C_4 \cdot x + C_3 \quad (2.9)$$

Darin ist C_3 eine zusätzliche Integrationskonstante. Das Gesamtdrehmoment auf den Balken ist die Summe des Drehmoments D_B der Balkenfasern und des Drehmoments $D_F(x)$, welches durch die Kraftausübung auf den Balken verursacht wird. Da es sich um ein statisches Problem handelt, die Verbiegung des Balkens bei zeitlich konstanter Krafteinwirkung also ebenfalls zeitlich unverändert bleibt, muss das Gesamtdrehmoment null sein:

$$D_B + D_F(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad D_B = -D_F(x) \quad (2.10)$$

Setzt man dies in Gleichung (2.4) ein, so erhält man den allgemeinen Ausdruck für die Berechnung der Zugspannung:

$$\sigma = -\frac{12 \cdot z_B}{b \cdot d^3} \cdot D_F(x) \quad (2.11)$$

Gleichung (2.10) in Gleichung (2.7) eingesetzt, ergibt für die zweite Ableitung $z''(x)$ der Biegelinie:

$$z''(x) = -\frac{12}{E \cdot d^3 \cdot b} \cdot D_F(x)$$

Durch Einsetzen von (2.9) und zweifache Integration erhält man daraus schließlich die allgemeine Formel für die Biegelinie $z(x)$:

$$z(x) = -\frac{12}{E \cdot d^3 \cdot b} \cdot \left(\iiint dx^4 f(x) + \frac{1}{6} \cdot C_4 \cdot x^3 + \frac{1}{2} \cdot C_3 \cdot x^2 + C_2 \cdot x + C_1 \right) \quad (2.12)$$

Wie in Abbildung 1.3 gezeigt, werden im Zuge dieser Arbeit die ZERODUR-Platten nicht kontinuierlich belastet, sondern an einer bestimmten Position wird die Kraft F ausgeübt. Dies wird in Abbildung 2.4 Teil (b) am Beispiel des einseitig eingespannten Balkens verdeutlicht. Die Kraft F wirkt an der Stelle $x = x_F$ auf den Balken ein. Die Streckenlast $f(x)$ lässt sich in diesem Fall über eine Dirac-Delta-Funktion ausdrücken:

$$f(x) = F \cdot \delta(x - x_F) \quad (2.13)$$

2. Theoretische Grundlagen

Neben der Darstellung über ein unbestimmtes Integral in Gleichung (2.8) kann die Kraft $F(x)$ auch über ein bestimmtes Integral berechnet werden:

$$F(x) = \int_0^x du f(u) + F_0$$

Darin ist F_0 die Kraft an der Stelle $x = 0$. Setzt man hier die Streckenlast $f(x)$ aus Gleichung (2.13) ein und führt das Integral aus, so erhält man für die Kraft $F(x)$:

$$F(x) = \begin{cases} F_0 & \text{für } x \leq x_F \\ F_0 + F & \text{für } x > x_F \end{cases} \quad (2.14)$$

Wir definieren nun die beiden Konstanten C_4 und C_8 :

$$C_4 := F_0 \quad (2.15)$$

$$C_8 := F_0 + F \quad (2.16)$$

Und in (2.14) eingesetzt ergibt das für die Kraft $F(x)$:

$$F(x) = \begin{cases} C_4 & \text{für } x \leq x_F \\ C_8 & \text{für } x > x_F \end{cases} \quad (2.17)$$

Wenn man dies mit Gleichung (2.8) vergleicht, so entspricht das einer Streckenlast von $f(x) = 0$ und die Kraft $F(x)$ macht an der Stelle $x = x_F$ einen Sprung von C_4 auf C_8 . Folglich müssen auch die Gleichungen (2.9) und (2.12) für $D_F(x)$ und $z(x)$ als zweiteilige Funktionen beschrieben werden und in ihnen muss $f(x) = 0$ gesetzt werden:

$$D_F(x) = \begin{cases} C_4 \cdot x + C_3 & \text{für } x \leq x_A \\ C_8 \cdot x + C_7 & \text{für } x > x_A \end{cases} \quad (2.18)$$

$$z(x) = -\frac{12}{E \cdot d^3 \cdot b} \cdot \begin{cases} \frac{1}{6} \cdot C_4 \cdot x^3 + \frac{1}{2} \cdot C_3 \cdot x^2 + C_2 \cdot x + C_1 & \text{für } x \leq x_A \\ \frac{1}{6} \cdot C_8 \cdot x^3 + \frac{1}{2} \cdot C_7 \cdot x^2 + C_6 \cdot x + C_5 & \text{für } x > x_A \end{cases} \quad (2.19)$$

Man erhält acht Konstanten C_1 bis C_8 , die noch bestimmt werden müssen. An der Stelle $x = x_F$ gelten die folgenden Stetigkeitsbedingungen:

$$z_1(x_F) = z_2(x_F) \quad (2.20)$$

$$z'_1(x_F) = z'_2(x_F) \quad (2.21)$$

$$D_{F1}(x_F) = D_{F2}(x_F) \quad (2.22)$$

Darin wird der Index 1 für den Funktionsteil verwendet, der für den Bereich $x \leq x_F$ gilt, und der Index 2 für den Funktionsteil, der für den Bereich $x > x_F$ gilt. Diese Stetigkeitsbedingungen gehen aus der Annahme hervor, dass der Balken intakt ist.

2. Theoretische Grundlagen

Das heißt, dass er keinen Bruch oder Knick aufweist. Darüber hinaus ergibt sich aus den Gleichungen (2.15) und (2.16) der folgende Zusammenhang:

$$C_8 - C_4 = F \quad (2.23)$$

Weitere Gleichungen folgen aus den Randbedingungen, die durch die Befestigungen der Balkenenden gegeben sind. Diese Randbedingungen werden in Abbildung 2.5 gezeigt. In Abbildungsteil (a) ist ein freies Balkenende zu sehen. Der Balken endet an der Position $x = x_{BE}$. Daher kann dort keine Kraft mehr auf den Balken übertragen werden, $F(x_{BE}) = 0$. Der Balken kann an dieser Stelle nicht mehr verbogen werden und ein Drehmoment erfahren, $D_F(x_{BE}) = 0$. Der Abbildungsteil (b) zeigt eine Einspannstelle an der Position $x = x_E$. Da der Balken dort fixiert ist, ist es nicht möglich, dass er seine Position ändert und es gelten die Randbedingungen $z(x_E) = 0$ und $z'(x_E) = 0$. Letztere gilt, weil der Balken als intakt angenommen wird und nicht abknicken darf. Teil (c) stellt eine Auflagekante an der Stelle $x = x_A$ dar, welche durch ein Dreieck symbolisiert wird.

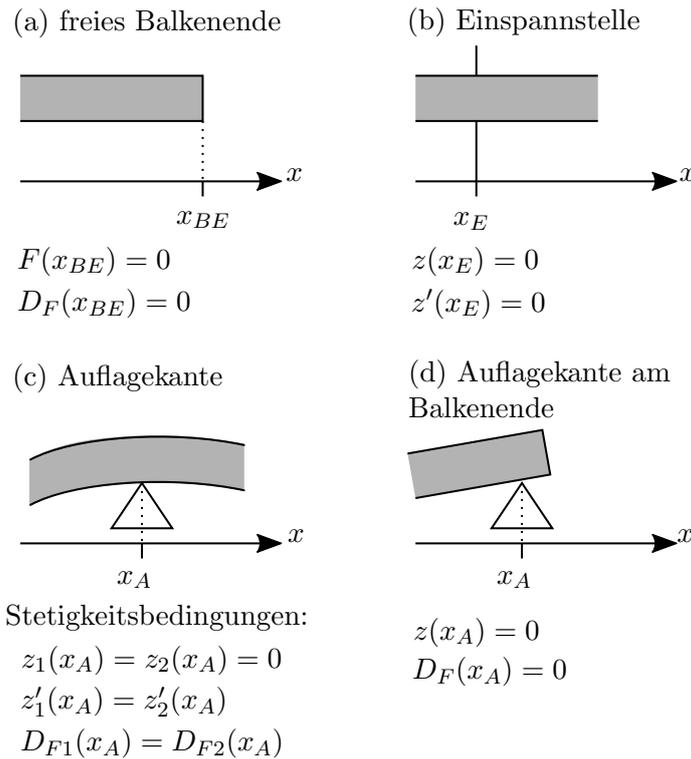


Abbildung 2.5.: Randbedingungen bei der Balkenbefestigung. (a) Für das freie Balkenende, (b) eine Einspannstelle, (c) eine Auflagekante und (d) eine Auflagekante am Balkenende.

Wenn der Balken mit einer bestimmten Kraft auf die Auflagekante gedrückt wird,

2. Theoretische Grundlagen

übt diese eine betragsmäßig gleich große Gegenkraft auf den Balken aus. Dies hat zur Folge, dass die Position des Balkens dort fest ist, und die oben hergeleiteten Funktionen der physikalischen Größen des Balkens müssen erneut aufgeteilt werden. Mit einem Teil, der für den Bereich $x \leq x_A$ gilt und dem anderen Teil, der für den Bereich $x > x_A$ gilt. Dadurch wird die Anzahl der zu bestimmenden Konstanten um weitere vier Konstanten erhöht. Die zusätzlichen vier Konstanten können durch die vier Stetigkeitsbedingungen bestimmt werden, die an der Stelle $x = x_A$ gelten. Dabei erhält in der Abbildung der Funktionsteil für den Bereich $x \leq x_A$ den Index 1 und der Funktionsteil für den Bereich $x > x_A$ den Index 2, um die Stetigkeitsbedingungen notieren zu können. Diese Bedingungen ergeben sich aus der festen Position ($z_1(x_A) = 0$ und $z_2(x_A) = 0$) und der angenommenen Unversehrtheit des Balkens ($z'_1(x_A) = z'_2(x_A)$ und $D_{F1}(x_A) = D_{F2}(x_A)$). Der Abbildungsteil (d) zeigt schließlich eine Auflagekante an einem Balkenende an der Position $x = x_A$. Mit der gleichen Begründung wie für Teil (c) ist die Position des Balkens hier fest und es gilt $z(x_A) = 0$. Da es sich zusätzlich um ein Balkenende handelt, kann der Balken dort nicht verbogen werden und es gilt $D_F(x_A) = 0$. Der Fall (c) wird in dieser Masterarbeit nicht auftreten. Die beiden Enden des Balkens müssen daher jeweils auf eine der drei Arten (a), (b) und (d) befestigt sein und da für jede der drei Varianten zwei Gleichungen gelten, ergibt das für beide Balkenenden vier Gleichungen. Zusammen mit den Gleichungen (2.20) bis (2.23) erhält man insgesamt acht Gleichungen, mit deren Hilfe sich die acht Konstanten C_1 bis C_8 bestimmen lassen.

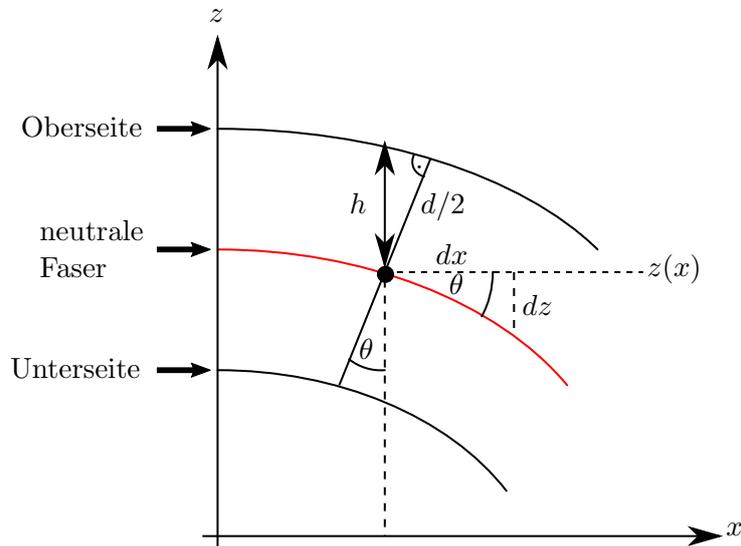


Abbildung 2.6.: Berücksichtigung der Balkendicke d bei der Beschreibung der Krümmung der Balkenoberfläche, ausgehend von der Biegelinie $z(x)$ der neutralen Faser.

In Abbildung 1.4 ist die Messung der Verbiegung einer ZERODUR-Platte mittels

2. Theoretische Grundlagen

Michelson-Interferometer gezeigt. Die Platte ist einseitig eingespannt. Ihre Verbiegung lässt sich daher mit dem obigen Formalismus für den einseitig eingespannten Balken beschreiben. Im Interferometer ist aber der Spiegel MM, welcher den Messstrahl BM reflektiert, auf der Oberfläche der ZERODUR-Platte angebracht. Um die Bewegung des Spiegels MM zu beschreiben, muss also die Krümmung der Oberfläche der Platte bekannt sein. Aber $z(x)$ beschreibt die Biegelinie der neutralen Faser, welche in der Mitte des Balkens liegt. In Abbildung 2.6 wird ein Ausschnitt eines gekrümmten Balkens gezeigt. Um die gewünschte Kurve der Oberseite des Balkens zu erhalten, muss zur Biegelinie $z(x)$ die Strecke h addiert werden. Diese Strecke ist nun zu bestimmen. dx ist ein infinitesimales Streckenelement auf der x -Achse, ausgehend von der Position x , und dz ist ein infinitesimales Streckenelement auf der z -Achse, welches von $z(x)$ ausgeht. Für den eingezeichneten Winkel θ gilt der folgende geometrische Zusammenhang:

$$\tan(\theta) = \frac{dz}{dx} = z'(x)$$

Da wir geringe Verbiegungen des Balkens annehmen, kann man die Näherung $\tan(\theta) \approx \theta$ für kleine Winkel θ verwenden:

$$\theta = \frac{dz}{dx} = z'(x) \quad (2.24)$$

Darüber hinaus besteht die folgende Abhängigkeit:

$$\cos(\theta) = \frac{d}{2 \cdot h}$$

Für kleine Winkel θ gilt die Näherung $\cos(\theta) \approx 1 - \frac{1}{2} \cdot \theta^2$:

$$1 - \frac{1}{2} \cdot \theta^2 = \frac{d}{2 \cdot h}$$

Setzt man hier für θ die Gleichung (2.24) ein und stellt man dies nach der Strecke h um, so erhält man:

$$h = \frac{d}{2 - z'(x)^2}$$

Für die Herleitung der Theorie der Balkenverbiegung wurde die Näherung $z'(x) \approx 0$ verwendet, siehe Gleichung (2.6). Wenn man dies hier einsetzt, ergibt das:

$$h = \frac{d}{2}$$

Um die Biegung der Oberseite des Balkens zu beschreiben, muss zur Biegelinie $z(x)$ lediglich die Konstante $h = d/2$ addiert werden. Dies kann man umgehen, indem man den Koordinatenursprung $z = 0$ auf der z -Achse so festlegt, dass die Biegelinie $z(x)$ deckungsgleich mit der Oberfläche des Balkens ist. Deren Krümmung wird somit durch die Biegelinie $z(x)$ beschrieben.

2. Theoretische Grundlagen

Im Zuge der Masterarbeit hat sich ergeben, dass die ZERODUR-Platten einmal einseitig eingespannt und einmal beidseitig auf zwei Auflagekanten gelegt werden sollen. Dies lässt sich durch den einseitig eingespannten und den beidseitig aufliegenden Balken beschreiben. Beide Fälle sind in Abbildung 2.7 dargestellt. Abbildungsteil (a) zeigt den einseitig eingespannten Balken. Für das linke Balkenende gelten die Randbedingungen aus Abbildung 2.5 (b) und für das rechte die aus Abbildung 2.5 (a). Zusammen mit den Gleichungen (2.18) bis (2.23) erhält man die Formeln für das Drehmoment $D_F(x)$ und die Biegelinie $z(x)$ des einseitig eingespannten Balkens:

$$D_F(x) = \begin{cases} F \cdot (x_F - x) & \text{für } x \leq x_F \\ 0 & \text{für } x > x_F \end{cases} \quad (2.25)$$

$$z(x) = -\frac{6 \cdot F}{b \cdot E} \cdot \left(\frac{L}{d}\right)^3 \cdot \begin{cases} \frac{x_F}{L} \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^2 - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^3 & \text{für } x \leq x_F \\ \frac{x}{L} \cdot \left(\frac{x_F}{L}\right)^2 - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{x_F}{L}\right)^3 & \text{für } x > x_F \end{cases} \quad (2.26)$$

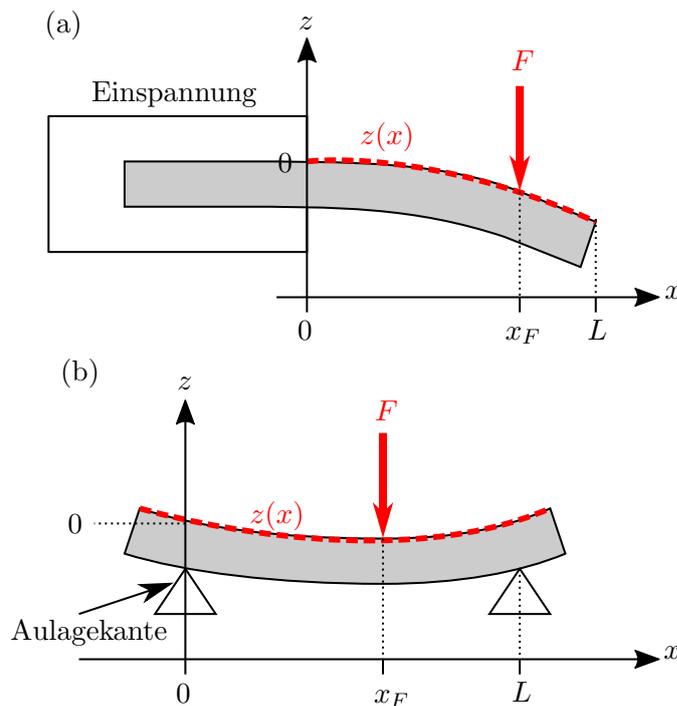


Abbildung 2.7.: Verbiegung eines Balkens durch Einwirkung einer Kraft F auf dessen Oberfläche an der Position $x = x_F$. (a) Einseitig eingespannter Balken. Die Balkenlänge L wird von der Einspannstelle bei $x = 0$ ausgehend gemessen. (b) Beidseitig aufliegender Balken. Die Balkenlänge L wird zwischen beiden Auflagekanten gemessen, mit dem Koordinatenursprung $x = 0$ an der Position der linken Auflagekante.

2. Theoretische Grundlagen

Abbildung 2.7 (b) zeigt den beidseitig aufliegenden Balken. Für beide Balkenenden gilt jeweils die Randbedingung aus Abbildung 2.5 (d). Daraus ergeben sich die Formeln für das Drehmoment $D_F(x)$ und die Biegelinie $z(x)$ des beidseitig aufliegenden Balkens:

$$D_F(x) = -F \cdot \begin{cases} \frac{x}{L} \cdot (L - x_F) & \text{für } x \leq x_F \\ \frac{x_F}{L} \cdot (L - x) & \text{für } x > x_F \end{cases} \quad (2.27)$$

$$z(x) = -\frac{2 \cdot F}{b \cdot E} \cdot \left(\frac{L}{d}\right)^3 \cdot \begin{cases} \frac{L-x_F}{L} \cdot \left[\left(2 - \frac{x_F}{L}\right) \cdot \frac{x_F}{L} \cdot \frac{x}{L} - \left(\frac{x}{L}\right)^3 \right] & \text{für } x \leq x_F \\ \frac{L-x}{L} \cdot \frac{x_F}{L} \cdot \left[2 \cdot \frac{x}{L} - \left(\frac{x_F}{L}\right)^2 - \left(\frac{x}{L}\right)^2 \right] & \text{für } x > x_F \end{cases} \quad (2.28)$$

2.2. Simulationen mit Finite-Elemente-Methode

Dieser Abschnitt basiert auf den Quellen [9, 10, 11]. Zeit- und ortsabhängige Probleme werden in der Physik häufig durch partielle Differentialgleichungen (PDGln) beschrieben. Diese enthalten Ableitungen nach mehreren und nicht nur einer Variablen. In vielen Fällen können diese PDGln nicht analytisch gelöst werden, da die zu beschreibenden Zusammenhänge oder die zu Grunde liegenden Geometrien zu komplex sind. Durch eine Diskretisierung ist es jedoch möglich, die PDGln durch numerische Modellgleichungen zu ersetzen. Diese approximieren die PDGln, sind aber im Gegensatz zu diesen analytisch lösbar. Die Lösungen stellen eine Näherung der tatsächlichen Lösungen der PDGln dar. Eine mögliche Vorgehensweise der numerischen Näherung ist die Finite-Elemente-Methode (FEM).

Da es in dieser Arbeit um die Verbiegung von ZERODUR-Modulen geht, werden im Folgenden die Prinzipien der FEM für mechanische Probleme bei Festkörpern dargestellt. Sie sind aber auch auf viele andere physikalische Bereiche anwendbar. Der Vektor

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$$

beschreibe die Verschiebung eines Massenelements innerhalb eines Festkörpers mit der x -Komponente u , der y -Komponente v und der z -Komponente w . Wir gehen nun zu einer Diskretisierung über, die zunächst an der x -Komponente u des Verschiebungsvektors \vec{u} verdeutlicht werden soll. Zudem wird der Einfachheit halber davon ausgegangen, dass sich u nur entlang der x -Achse ändern kann. Dann lässt sich u wie folgt diskretisieren:

$$u = \sum_i u_i \cdot \psi_i(x) \quad (2.29)$$

Darin sind die u_i ortsunabhängige Koeffizienten und $\psi_i(x)$ sind die ortsabhängigen Basisfunktionen, um u zu approximieren. Siehe dazu Abbildung 2.8. Die Funktionen $\psi_i(x)$ sind nur in bestimmten Bereichen auf der x -Achse von Null verschieden. Ihr

2. Theoretische Grundlagen

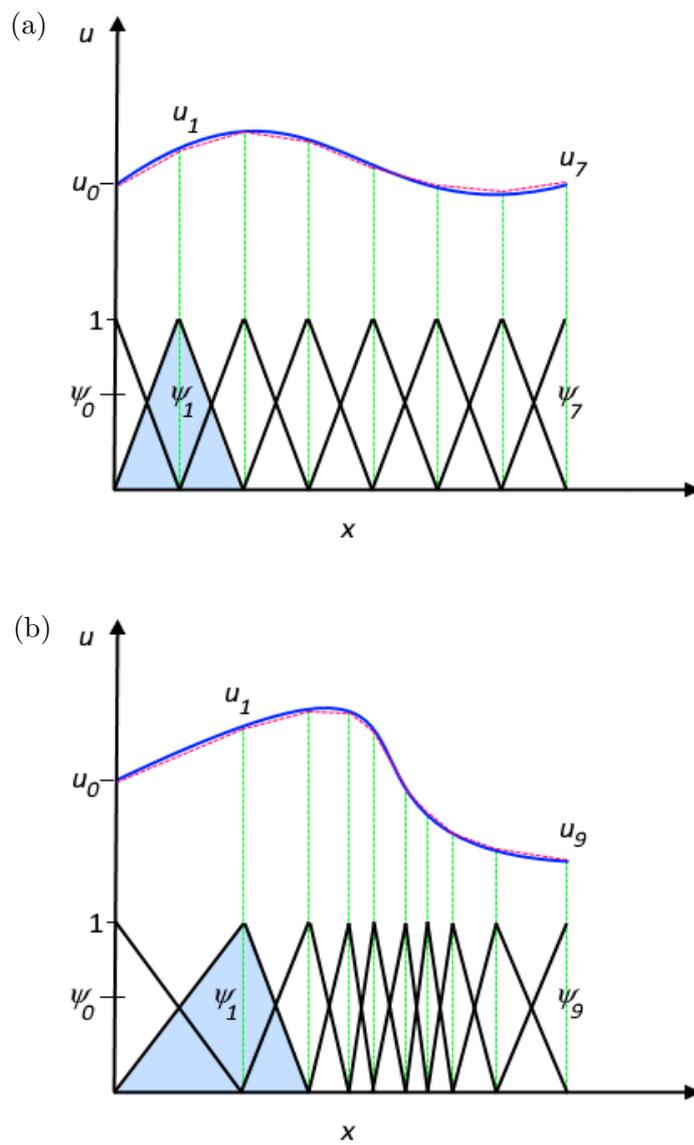


Abbildung 2.8.: Approximation der Funktion u anhand der Finite-Elemente-Methode. (a) Bei gleich großen Elementen. (b) Bei unterschiedlich großen Elementen. Beides entnommen aus [9].

2. Theoretische Grundlagen

Maximum mit dem Wert eins befindet sich an der Grenze zwischen zwei benachbarten Bereichen. Diese Bereiche nennt man finite Elemente, da sie eine endliche Größe besitzen. Die u_i werden abhängig vom Ort x über die $\psi_i(x)$ gewichtet zur Funktion u aufaddiert. In Abbildung 2.8 ist der tatsächliche Verlauf von u über einen blauen Graphen dargestellt, während die Approximation durch die Gleichung (2.29) der rot gestrichelte Graph ist. In Abbildungsteil (a) sind die $\psi_i(x)$ einander überlappende, symmetrische Dreiecksfunktionen. Für eine bessere Approximation von u sind aber auch asymmetrische Funktionen $\psi_i(x)$ denkbar, siehe Abbildungsteil (b), mit unterschiedlich großen Segmenten auf der x -Achse. Neben Dreiecksfunktionen können auch andere Funktionen verwendet werden. Die FEM ermöglicht so durch geeignete Wahl der $\psi_i(x)$ und eine entsprechende Einteilung der x -Achse eine sehr genaue Approximation der Funktion u .

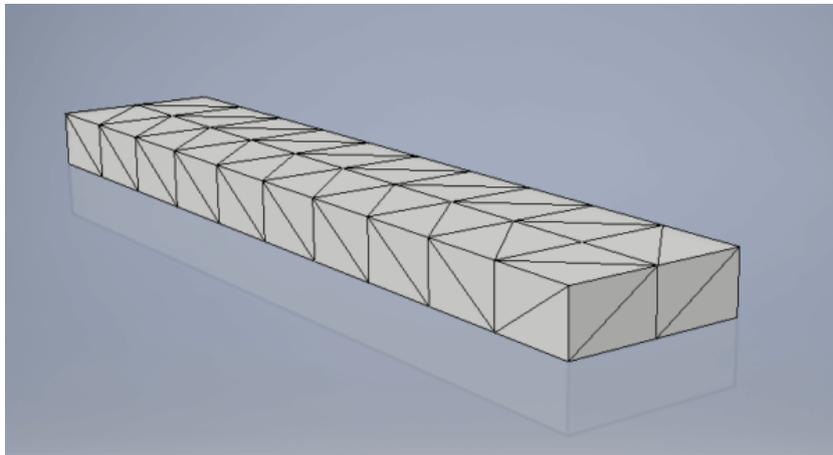


Abbildung 2.9.: Zerlegung eines Balkens durch ein tetraedisches Gitter. Entnommen aus: <https://cadsetterout.com/inventor-tutorials/get-started-with-autodesk-inventor-stress-analysis/> (19.10.2018)

Beim dreidimensionalen Festkörper muss dieser zunächst durch ein Gitter in finite Elemente zerlegt werden. Abbildung 2.9 zeigt als Beispiel einen Balken mit tetraedischem Gitter. Der Verschiebungsvektor \vec{u} lässt sich, in Anlehnung an dessen Komponente u , dann wie folgt diskretisieren:

$$\vec{u} = \sum_i \vec{u}_i \cdot \psi_i(x, y, z) \quad \text{mit} \quad \vec{u}_i = \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

\vec{u}_i ist ein Vektor bestehend aus drei Koeffizienten und die Basisfunktionen $\psi_i(x, y, z)$ hängen im Allgemeinen von allen drei Ortskoordinaten x , y und z ab. In Abbildung 2.10 ist die Einteilung der Fläche eines Festkörpers durch ein Gitter in dreieckige finite Elemente zu sehen. An den Kreuzungspunkten dieses Gitters, den Knoten, nimmt

2. Theoretische Grundlagen

\vec{u} den jeweiligen Wert \vec{u}_i an und die zugehörige Basisfunktion $\psi_i(x, y, z)$ hat ihren maximalen Wert eins. Dargestellt sind zwei einander überlappende Basisfunktionen ψ_i und ψ_j an den Knoten i und j . Gleichung (2.30) ist eine Summe über alle Knoten des Gitters. Nach Abbildung 2.1 und Gleichung (2.1) ist die Verlängerung eines Körpers in Richtung einer bekannten auf den Körper einwirkenden Kraft durch dessen Elastizitätsmodul E gegeben. In Abbildung 2.1 wird ein Stab durch die Kraft \vec{F} in x -Richtung verlängert. Da die Menge des Materials, aus dem der Stab besteht, konstant ist, verringert sich entsprechend dessen Dicke senkrecht zur x -Achse.

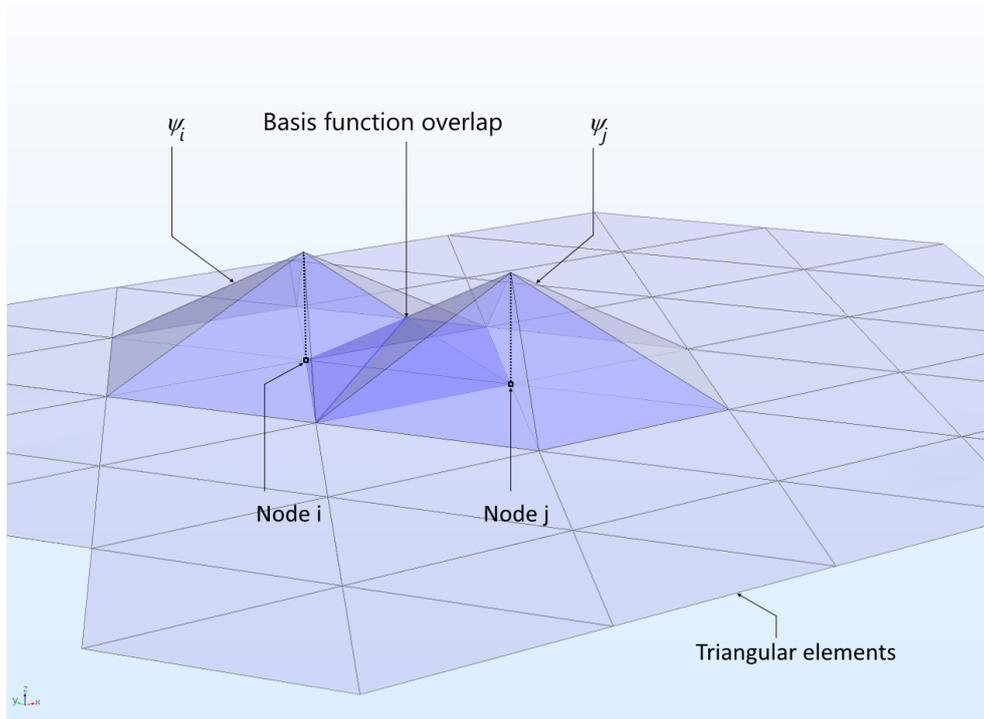


Abbildung 2.10.: Einteilung der Oberfläche eines Festkörpers in dreieckige finite Elemente durch ein Gitter, mit zwei eingezeichneten überlappenden Basisfunktionen ψ_i und ψ_j . Entnommen aus [9].

Der Zusammenhang zwischen der Dehnung in axialer Richtung und der transversalen Verkürzung ist gegeben durch die Poissonzahl ν . In isotropischen und linear elastischen Festkörpern gelten die folgenden PDGln, die so genannten Navier-Gleichungen:

$$\frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \cdot \left[\frac{1}{1 - 2 \cdot \nu} \cdot \vec{\nabla} \left(\vec{\nabla} \vec{u} \right) + \vec{\nabla}^2 \vec{u} \right] + \vec{f} = \varrho \cdot \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \quad (2.31)$$

Darin ist t die Zeit und \vec{f} ist die Kraftdichte. Sie ist die Kraft, die pro Volumenelement auf den Festkörper wirkt. In diesen Gleichungen sind die Massendichte ϱ , das Elastizitätsmodul E und die Poissonzahl ν als Materialeigenschaften ausreichend.

2. Theoretische Grundlagen

Darüber hinaus sind je nach Art von Festkörpern und physikalischem Problem viele andere PDGln und auch Kombinationen von diesen möglich. Die Gleichungen (2.31) können im Allgemeinen nicht analytisch gelöst werden. V sei das Volumen des Körpers, $dV = dx \cdot dy \cdot dz$ sei ein infinitesimales Volumenelement und Ω ein Teilvolumen $\Omega \in V$. Beide Seiten der Gleichungen (2.31) werden mit einer Testfunktion $\varphi_j(x, y, z)$ multipliziert und über Ω integriert:

$$\frac{E}{2(1+\nu)} \left[\frac{1}{1-2\nu} \int_{\Omega} \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \vec{u}) \varphi_j \, dV + \int_{\Omega} \vec{\nabla}^2 \vec{u} \varphi_j \, dV \right] + \int_{\Omega} \vec{f} \varphi_j \, dV = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{\Omega} \vec{u} \varphi_j \, dV$$

Setzt man hier für \vec{u} den Ausdruck (2.30) ein, so wirkt der Ableitungsoperator $\vec{\nabla}$ nur auf die Basisfunktionen ψ_i und die ortsunabhängigen Koeffizienten-Vektoren \vec{u}_i und ihre Komponenten können vor die Integrale gezogen werden:

$$\begin{aligned} \frac{E}{2(1+\nu)} \sum_i \left[\frac{1}{1-2\nu} \left(u_i \int_{\Omega} \vec{\nabla} \left(\frac{\partial \psi_i}{\partial x} \right) \varphi_j \, dV + v_i \int_{\Omega} \vec{\nabla} \left(\frac{\partial \psi_i}{\partial y} \right) \varphi_j \, dV \right. \right. \\ \left. \left. + w_i \int_{\Omega} \vec{\nabla} \left(\frac{\partial \psi_i}{\partial z} \right) \varphi_j \, dV \right) + \vec{u}_i \int_{\Omega} \vec{\nabla}^2 (\psi_i) \varphi_j \, dV \right] + \int_{\Omega} \vec{f} \varphi_j \, dV \quad (2.32) \\ = \rho \sum_i \frac{\partial^2 \vec{u}_i}{\partial t^2} \int_{\Omega} \psi_i \varphi_j \, dV \end{aligned}$$

Die Volumenintegrale über Ω können gelöst werden, da die Funktionen ψ_i , φ_j und \vec{f} bekannt sind. So werden die Integrale zu konstanten Summanden und Faktoren für die \vec{u}_i und ihre Komponenten. Angenommen im Volumenbereich Ω gelten N Koeffizienten-Vektoren \vec{u}_1 bis \vec{u}_N , dann lassen sich diese in einen Vektor \vec{u}_h schreiben:

$$\vec{u}_h = \{\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_i, \dots, \vec{u}_N\}$$

Dieser hat $3 \times N$ Dimensionen. Zusätzlich kann man N Testfunktionen φ_1 bis φ_N und den Kraftvektor \vec{F}_h definieren:

$$\vec{F}_h = \left\{ \int_{\Omega} \vec{f} \varphi_1 \, dV, \dots, \int_{\Omega} \vec{f} \varphi_j \, dV, \dots, \int_{\Omega} \vec{f} \varphi_N \, dV \right\}$$

Für jedes φ_j ergeben sich aus (2.32) drei Gleichungen, so dass man insgesamt für den Vektor \vec{u}_h ein $3 \times N$ -dimensionales Gleichungssystem erhält:

$$\mathbf{A} \cdot \vec{u}_h + \vec{F}_h = \rho \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\mathbf{B} \cdot \vec{u}_h) \quad (2.33)$$

Dabei wurde die Summe auf der linken Seite von (2.32) durch eine Multiplikation des Vektors \vec{u}_h mit einer Matrix \mathbf{A} ausgedrückt. Die Summe auf der rechten Seite wurde entsprechend als Multiplikation des Vektors \vec{u}_h mit einer Matrix \mathbf{B} geschrieben. Beide Matrizen enthalten die Volumenintegrale aus (2.32) und sind folglich bekannt. (2.33)

2. Theoretische Grundlagen

ist eine numerische gewöhnliche Differentialgleichung, die nur noch die zweifache Ableitung nach der Zeit t enthält. Sie approximiert die Navier-Gleichungen (2.31) und ist im Gegensatz zu diesen analytisch lösbar. Bei statischen Problemen ist zudem die Zeitableitung auf der rechten Seite Null und durch Umstellen von (2.33) ergibt sich das Hookesche Gesetz:

$$\vec{F}_h = -\mathbf{A} \cdot \vec{u}_h \quad (2.34)$$

Dieses besagt, dass die Auslenkung \vec{u}_h eines elastischen Körpers linear mit der auf ihn einwirkenden Kraft \vec{F}_h zusammenhängt. Nun kann der Vektor \vec{u}_h berechnet werden. Die darin enthaltenen Vektoren \vec{u}_i sind dann in (2.30) einzusetzen und man erhält die Deformation \vec{u} des Körpers. Das Ergebnis ist um so genauer je feinmaschiger das Gitter ist, durch das der Festkörper aufgeteilt wird. Entsprechend nimmt die Größe des Gleichungssystems (2.33) bzw. (2.34) sehr schnell zu. Die FEM wurde so erst durch die Verwendung von Computern zum geeigneten Mittel für die Durchführung physikalischer Simulationen.

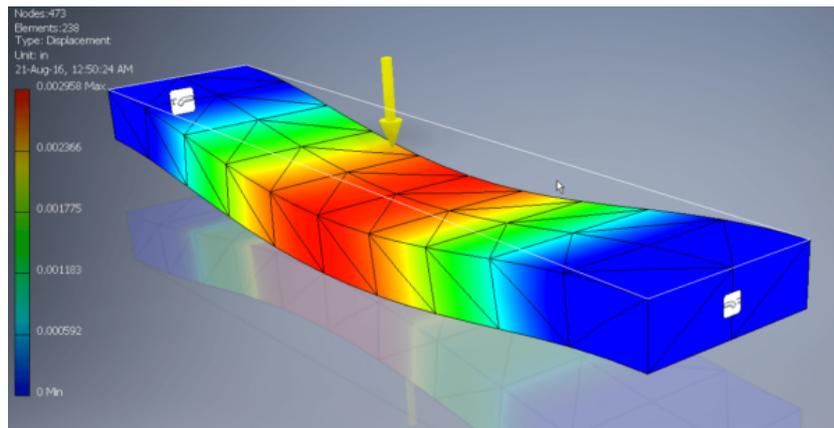


Abbildung 2.11.: Verbiegung des Balkens aus Abbildung 2.9 durch eine Kraft, die auf die Mitte des Balkens wirkt. Die Begrenzungsflächen an den äußeren Enden werden als fest angenommen. Entnommen aus: <https://cadsetterout.com/inventor-tutorials/get-started-with-autodesk-inventor-stress-analysis/> (19.10.2018)

In Abbildung 2.11 wird auf die Mitte des Balkens aus Abbildung 2.9 eine Kraft ausgeübt. Die Begrenzungsflächen an den äußeren Enden sind fixiert, so dass sich der Balken durchbiegt. Die Deformation des Balkens wird graphisch dargestellt, inklusive eines farblichen Übergangs von rot (stärkste Deformation) zu blau (keine Deformation). Nicht nur die Verschiebung \vec{u} sondern auch die Zugspannung σ im Körper kann bestimmt werden, durch Verwendung zusätzlicher Gleichungen neben den Navier-Gleichungen.

2.3. Interferometrie

Alle Interferometer funktionieren nach dem gleichen Prinzip. Siehe dazu Abbildung 2.12. Ein Laserstrahl wird durch einen Strahlteiler BS in zwei Teilstrahlen aufgeteilt. Einer der beiden Strahlen dient als Referenz. Wir bezeichnen ihn daher als Referenzstrahl BR. Der andere ist der Messstrahl BM. Er wird durch ein für ihn transparentes Medium geschickt oder anderen physikalischen Prozessen ausgesetzt als der Referenzstrahl. Dadurch kann er bei deren anschließenden Überlagerung durch einen Strahlteiler BS eine andere Frequenz und eine zeitlich variierende Phase aufweisen. Die überlagerten Strahlen werden auf eine Fotodiode FD gelenkt.

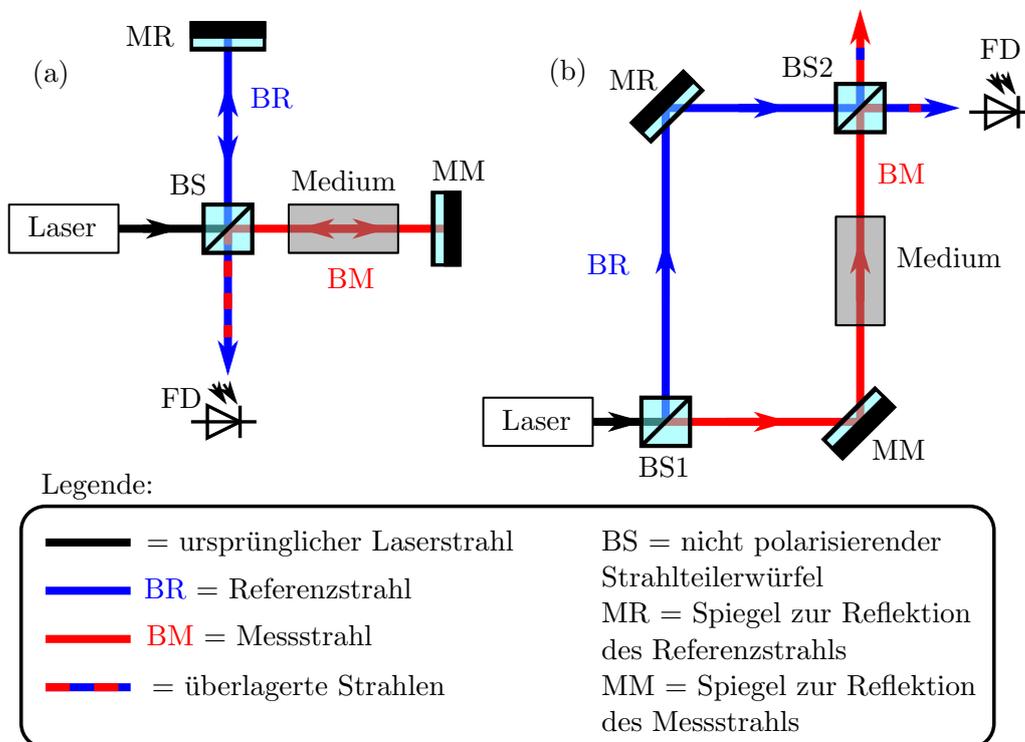


Abbildung 2.12.: Zwei Interferometer-Typen. (a) Michelson-Interferometer, (b) Mach-Zehnder-Interferometer.

Bei der Überlagerung von Referenz- und Messstrahl auf der Fotodiode kommt es zur sogenannten Interferenz. Die Feldstärken der elektromagnetischen Wellen beider Teilstrahlen addieren sich nach dem Superpositionsprinzip zur Gesamtfeldstärke. Trifft dabei der Wellenberg eines Teilstrahls auf ein Wellental des anderen Teilstrahls, so heben sich diese zum Teil auf. Die Gesamtfeldstärke ist minimal. Dies gilt folglich auch für die Lichtleistung, die mit der Fotodiode gemessen wird. Treffen dagegen Wellenberg und Wellenberg bzw. Wellental und Wellental der Feldstärken aufeinander, so addieren sich diese auf und die Gesamtfeldstärke ist maximal. Als Folge daraus ist auch

2. Theoretische Grundlagen

die mit der Fotodiode gemessene Lichtleistung maximal. Bei zeitlicher Änderung der Einflüsse auf den Messstrahl verschieben sich die Wellen von Referenz- und Messstrahl zeitlich gegeneinander und nach dem soeben beschriebenen Phänomen der Interferenz schwankt entsprechend auch die Lichtleistung zeitlich, die mit der Fotodiode FD gemessen wird. Daraus können Rückschlüsse auf die Phasendifferenz zwischen Referenz- und Messstrahl und die ursächlichen physikalischen Einflüsse gezogen werden.

Die Verwendung verschiedener Interferometer-Typen hängt mit deren unterschiedlichen räumlichen Anordnung der optischen Komponenten zusammen. Diese ist nicht für die Messung jedes physikalischen Einflusses auf das Interferometer gleich gut geeignet. Alle Interferometer benötigen unbedingt zwei Teilstrahlen, da die absolute Phase einer einzelnen elektromagnetischen Welle nicht bestimmt werden kann, sondern nur die Phasendifferenz zwischen den Wellen beider Teilstrahlen. Dies wird durch die Signalspannung der Fotodiode verdeutlicht, welche im folgenden Abschnitt für den Fall hergeleitet wird, dass der Messstrahl nicht gegen den Referenzstrahl verkippt und beide vollständig überlagert sind, wenn sie auf die Fotodiode treffen.

2.3.1. Spannungssignal der Fotodiode ohne Verkipfung des Messstrahls

Es wird die Annahme getroffen, dass Referenz- und Messstrahl als ebene elektromagnetische Wellen betrachtet werden können. Gegeben seien die elektrischen Feldstärken des Messstrahls

$$\vec{E}_M(t) = r_M \cdot \vec{E}_0 \cdot e^{i(\omega_M \cdot t - \varphi_M)} \quad (2.35)$$

und des Referenzstrahls,

$$\vec{E}_R(t) = r_R \cdot \vec{E}_0 \cdot e^{i(\omega_R \cdot t - \varphi_R)} \quad (2.36)$$

beide auf der Oberfläche des fotoempfindlichen Chips der Fotodiode. Sie werden als komplexe Funktionen mit der imaginären Einheit i dargestellt. Weil die elektrischen Feldstärken an einem festen Ort betrachtet werden, hängen sie nur noch von der Zeit t ab. ω_M und ω_R sind die Frequenzen und φ_M und φ_R sind die Phasen des jeweiligen Teilstrahls. \vec{E}_0 ist die Amplitude der Feldstärke des ursprünglichen Laserstrahls, vor dessen Aufteilung in Referenz- und Messstrahl. r_M bzw. r_R ist der Abschwächungsfaktor der Feldstärke als Folge der Strahlaufteilung und der Verringerung der Lichtintensität durch Absorption im jeweiligen Interferometerarm. r_M und r_R seien reelle Zahlen. Beide Feldstärken addieren sich nach dem Superpositionsprinzip zur Gesamtfeldstärke $\vec{E}_{\text{ges}}(t)$:

$$\vec{E}_{\text{ges}}(t) = \vec{E}_M(t) + \vec{E}_R(t)$$

Das Betragsquadrat der elektrischen Gesamtfeldstärke ist proportional zur gesamten Lichtintensität $I_{\text{ges}}(t)$ auf der Fotodiode:

$$I_{\text{ges}}(t) \propto |\vec{E}_{\text{ges}}(t)|^2 = |\vec{E}_M(t) + \vec{E}_R(t)|^2$$

2. Theoretische Grundlagen

Setzt man hier die beiden Gleichungen (2.35) und (2.36) ein, so erhält man:

$$I_{\text{ges}}(t) = I_0 \cdot [r_R^2 + r_M^2 + 2 \cdot r_R \cdot r_M \cdot \cos(\Delta\omega \cdot t - \Delta\varphi)] \quad (2.37)$$

Mit der Intensität $I_0 \propto |\vec{E}_0|^2$ des ursprünglichen Laserstrahls, der Differenzfrequenz $\Delta\omega = \omega_M - \omega_R$ und der Phasendifferenz $\Delta\varphi = \varphi_M - \varphi_R$ zwischen beiden Teilstrahlen. Betrachte Abbildung 2.13. Blockiert man in Abbildungsteil (a) den Referenzstrahl ($r_R = 0$), so trifft nur noch der Messstrahl auf die Fotodiode und die Gesamtintensität $I_{\text{ges}}(t)$ ist die Intensität I_M des Messstrahls.

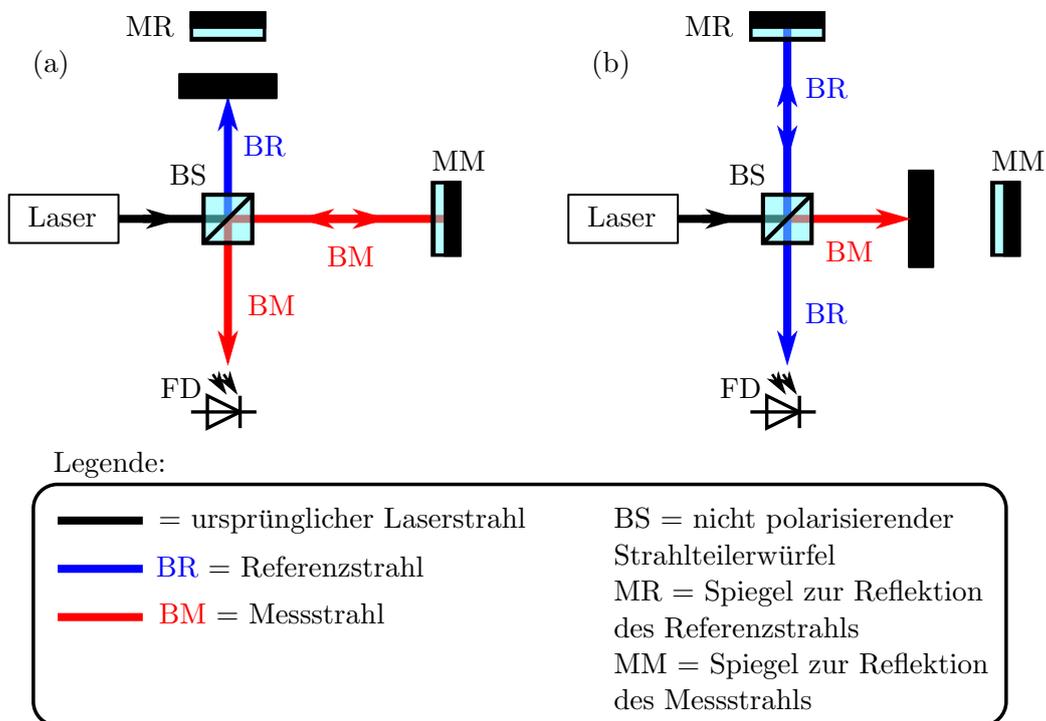


Abbildung 2.13.: Blockierung der einzelnen Teilstrahlen am Beispiel des Michelson-Interferometers: (a) Blockierung des Referenzstrahls, (b) Blockierung des Messstrahls.

Dabei folgt aus Gleichung (2.37):

$$I_M = I_0 \cdot r_M^2 \quad (2.38)$$

Blockiert man dagegen wie in Abbildungsteil (b) den Messstrahl ($r_M = 0$), so trifft nur noch der Referenzstrahl auf die Fotodiode und die Gesamtintensität $I_{\text{ges}}(t)$ ist die Intensität I_R des Referenzstrahls. Daraus folgt aus Gleichung (2.37):

$$I_R = I_0 \cdot r_R^2 \quad (2.39)$$

2. Theoretische Grundlagen

Die Gleichungen (2.38) und (2.39) sind nun in die Gleichung (2.37) einzusetzen [12]:

$$I_{\text{ges}}(t) = I_R + I_M + 2 \cdot \sqrt{I_R \cdot I_M} \cdot \cos(\Delta\omega \cdot t - \Delta\varphi) \quad (2.40)$$

Die Lichtintensität I ist definiert als die Lichtleistung P pro bestrahlter Fläche A : $I = dP/dA$. Die auf den fotoempfindlichen Chip der Fotodiode fallende Lichtleistung erhält man, indem man die Intensität $I_{\text{ges}}(t)$ über die Fläche A des Chips integriert. Die lichtempfindliche Fläche des Chips ist quadratisch mit Kantenlänge a . Es gilt folglich $A = a^2$. Da die Funktion $I_{\text{ges}}(t)$ vollkommen unabhängig von der Position auf der Fotodiode ist, ist die Leistung einfach die Gleichung (2.40) multipliziert mit A . Die Spannung, die die Fotodiode erzeugt, ist wiederum proportional zur auf sie fallenden Lichtleistung und man erhält aus Gleichung (2.40) die Fotodiodenspannung $U_{\text{FD}}(t)$:

$$U_{\text{FD}}(t) = U_R + U_M + 2 \cdot \sqrt{U_R \cdot U_M} \cdot \cos(\Delta\omega \cdot t - \Delta\varphi) \quad (2.41)$$

Mit der Spannung U_R der Fotodiode, wenn nur der Referenzstrahl auf diese trifft, und mit der Spannung U_M , wenn nur der Messstrahl auf sie fällt. Gemessen werden kann offensichtlich nur die Phasendifferenz $\Delta\omega \cdot t - \Delta\varphi$ zwischen Referenz- und Messstrahl. Die Messung der absoluten Phase $\omega_M \cdot t - \varphi_M$ des Messstrahls oder der absoluten Phase $\omega_R \cdot t - \varphi_R$ des Referenzstrahls ist nicht möglich, denn blockiert man einen Teilstrahl ($U_R = 0$ oder $U_M = 0$), so misst man nur noch die Leistung des anderen Teilstrahls ohne irgend eine Phasenabhängigkeit. Da man nur Phasendifferenzen messen kann, fehlt in diesen Fällen der jeweils andere Teilstrahl als Referenz. Dann können auch keine physikalischen Prozesse beobachtet werden, welche eine entsprechende Phasenänderung im Licht verursachen. Deshalb benötigt jedes Interferometer zwei Laserstrahlen.

Nach Gleichung (2.41) gilt für die minimale Spannung U_{min} der Fotodiode:

$$U_{\text{min}} = U_R + U_M - 2 \cdot \sqrt{U_R \cdot U_M} \quad (2.42)$$

Und für deren maximale Spannung U_{max} :

$$U_{\text{max}} = U_R + U_M + 2 \cdot \sqrt{U_R \cdot U_M} \quad (2.43)$$

Addiert man die Gleichungen (2.42) und (2.43) und stellt man das Ergebnis entsprechend um, so ergibt sich:

$$U_R + U_M = \frac{U_{\text{min}} + U_{\text{max}}}{2} \quad (2.44)$$

Subtrahiert man dagegen von Gleichung (2.43) die Gleichung (2.42), so erhält man durch Umstellung:

$$2 \cdot \sqrt{U_R \cdot U_M} = \frac{U_{\text{max}} - U_{\text{min}}}{2} \quad (2.45)$$

Setzt man (2.44) und (2.45) in (2.41) ein, dann folgt abschließend für die Spannung $U_{\text{FD}}(t)$ der Fotodiode:

2. Theoretische Grundlagen

$$U_{\text{FD}}(t) = \frac{U_{\text{min}} + U_{\text{max}}}{2} \cdot [1 + K_U \cdot \cos(\Delta\omega \cdot t - \Delta\varphi)] \quad (2.46)$$

Der Kontrast K_x einer physikalischen Größe x ist gegeben durch [13] $K_x = (x_{\text{max}} - x_{\text{min}})/(x_{\text{min}} + x_{\text{max}})$. Mit dem Minimalwert x_{min} und dem Maximalwert x_{max} der Größe x . Entsprechend ist K_U der Kontrast der Fotodiodenspannung:

$$K_U = \frac{U_{\text{max}} - U_{\text{min}}}{U_{\text{min}} + U_{\text{max}}} \quad (2.47)$$

2.3.2. Spannungssignal der Fotodiode mit Verkippung des Messstrahls

Interferometer werden häufig zur genauen Messung von Positionsänderungen eingesetzt. Dies ist zum Beispiel in dieser Masterarbeit der Fall und soll nach Abbildung 1.4 mit einem Michelson-Interferometer durchgeführt werden. Dazu wird der Spiegel MM, der den Messstrahl reflektiert, auf dem Objekt angebracht, dessen Bewegung untersucht werden soll. Hier ist es eine ZERODUR-Platte. Siehe Abbildung 2.14 (a). Wird die ZERODUR-Platte unter Belastung verbogen, so wird der Spiegel MM des Messstrahls um die Strecke Δs_M verschoben. Dies führt zu einer Phasenverschiebung zwischen Referenz- und Messstrahl, die sich im Signal der Fotodiode FD bemerkbar macht. Als Nebeneffekt tritt durch die Verbiegung der ZERODUR-Platte eine zusätzliche Verkippung des Spiegels MM auf und als Folge dessen auch eine Verkippung des an MM reflektierten Messstrahls. Die dadurch hervorgerufenen Effekte werden in den Abbildungen 2.14 (c) - (e) gezeigt.

Durch die in Abbildung 2.14 (a) dargestellte Verkippung des Messstrahls sind Referenz- und Messstrahl nicht mehr vollständig überlagert, wenn sie auf die Fotodiode FD treffen. Der Abbildungsteil (b) zeigt, dass die Verkippung des Messstrahls verhindert werden kann, indem man in dessen Interferometerarm eine Linse L mit Brennweite f stellt, so dass sich der Spiegel MM in deren Brennpunkt befindet. Dadurch verläuft der Messstrahl nach Reflektion an MM und Durchgang durch L wieder parallel zum Referenzstrahl. Er ist aber immer noch gegenüber diesem verschoben. Da die Brennweite f der Linse L kleiner ist als der Abstand zwischen dem Spiegel MM und der Fotodiode FD, ist diese Verschiebung beim Auftreffen auf die Fotodiode aber deutlich kleiner als im Fall (a) ohne Linse. Wir definieren nun den Linsenparameter ε , der angibt, ob die Linse L in den Arm des Messstrahls gesetzt ist oder nicht:

$$\varepsilon := \begin{cases} 0 & \text{ohne Linse L} \\ 1 & \text{mit Linse L} \end{cases} \quad (2.48)$$

In diesem Abschnitt werden bei der Bestimmung der physikalischen Größen beide Fälle betrachtet, indem sie durch ε zusammengefasst werden. Siehe Abbildung 2.14 Teil (c). Durch die Verschiebung des Messstrahls laufen die Intensitätsverteilungen von Referenz- und Messstrahl auf dem lichtempfindlichen Chip der Fotodiode auseinander. Dies führt zu einer Minderung von deren Interferenz und somit zu einer Abnahme

2. Theoretische Grundlagen

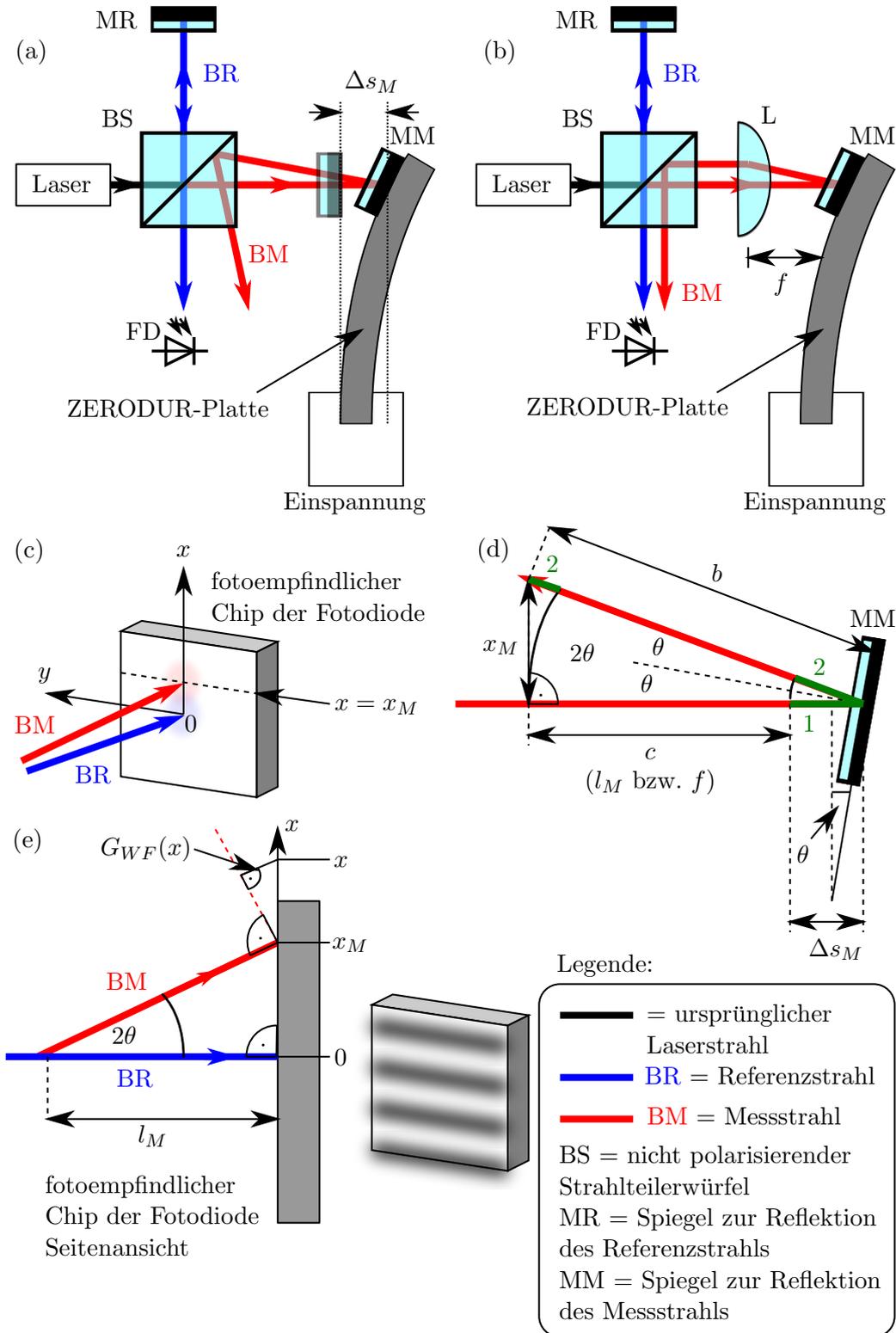


Abbildung 2.14.: Effekte hervorgerufen durch die Verkippung des Messstrahls

2. Theoretische Grundlagen

des Kontrastes K_U . Für spätere Berechnungen wird die Oberfläche des lichtempfindlichen Chips durch ein zweidimensionales Koordinatensystem mit x - und y -Koordinate aufgespannt. Der Koordinatenursprung liege im Zentrum der Fläche, dort wo der Referenzstrahl auftrifft. Die Fotodiode sei so ausgerichtet, dass der Messstrahl durch die Verkippung der ZERODUR-Platte entlang der x -Achse um den Wert x_M verschoben wird. Im Versuchsaufbau zu dieser Arbeit wird der Laserstrahl zuerst in eine Glasfaser eingekoppelt, über diese zum Interferometer geleitet und dort wieder ausgekoppelt. Man kann also davon ausgehen, dass es sich beim Referenz- und beim Messstrahl um Gaußstrahlen handelt. Nach [14] ist die Intensitätsverteilung in einem Gaußstrahl gegeben durch:

$$I(r, z) = \frac{2 \cdot P_0}{\pi \cdot w(z)^2} \cdot \exp \left[-2 \cdot \left(\frac{r}{w(z)} \right)^2 \right] \quad (2.49)$$

Mit der gesamten Leistung P_0 im Strahl. r ist der Strahlradius von der Mittelachse des Strahls aus gemessen und z ist die Koordinate in Ausbreitungsrichtung mit dem Strahl-Fokus im Ursprung $z = 0$. Der Strahlradius $w(z)$ an der Position z ist gegeben durch:

$$w(z) = w_0 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R} \right)^2} \quad (2.50)$$

Darin ist w_0 der Strahlradius im Fokus bei $z = 0$ und z_R ist die Rayleigh-Länge:

$$z_R = \frac{\pi \cdot w_0^2}{\lambda} \quad (2.51)$$

λ ist die Wellenlänge des Lichts. Der Referenzstrahl habe, wenn er auf die Fotodiode trifft, den Durchmesser $d = 2 \cdot w(z)$. Wenn man dies in Gleichung (2.49) einsetzt und Gleichung (2.39) berücksichtigt, so erhält man die radiale Intensitätsverteilung des Referenzstrahls auf der Fotodiode:

$$I_R(r) = I_0 \cdot r_R^2 \cdot \exp \left[-8 \cdot \left(\frac{r}{d} \right)^2 \right] \quad (2.52)$$

Nach Abbildung 2.14 (c) trifft der Referenzstrahl mittig auf die Fotodiode. Dort befindet sich auch der Ursprung des x - y -Koordinatensystems, welches den fotoempfindlichen Bereich der Fotodiode aufspannt. r lässt sich daher über x und y ausdrücken: $r^2 = x^2 + y^2$. Setzt man dies in (2.52) ein, so erhält man für die Intensitätsverteilung des Referenzstrahls auf der Fotodiode:

$$I_R(x, y) = I_0 \cdot r_R^2 \cdot \exp \left[-8 \cdot \left(\frac{x}{d} \right)^2 \right] \cdot \exp \left[-8 \cdot \left(\frac{y}{d} \right)^2 \right] \quad (2.53)$$

Meist liegt der Strahldurchmesser $2 \cdot w_0$ im Fokus im Millimeter-Bereich, während die Wellenlänge λ des Laserlichts im Nanometer-Bereich liegt. Die Rayleigh-Länge aus Gleichung (2.51) ist folglich sehr groß, wodurch nach Gleichung (2.50) der Strahlradius $w(z)$ nur sehr langsam mit dem Abstand z vom Fokus zunimmt. Man kann daher

2. Theoretische Grundlagen

in guter Näherung annehmen, dass der Messstrahl den gleichen Strahldurchmesser d auf der Fotodiode besitzt wie der Referenzstrahl, auch wenn die Längen beider Interferometerarme nicht genau gleich sind. Nach Abbildung 2.14 (c) wird der Messstrahl entlang der x -Achse um die Strecke x_M verschoben. Wandelt man Gleichung (2.53) entsprechend ab, so erhält man die Intensitätsverteilung des Messstrahls auf der Fotodiode:

$$I_M(x, y) = I_0 \cdot r_M^2 \cdot \exp \left[-8 \cdot \left(\frac{x - x_M}{d} \right)^2 \right] \cdot \exp \left[-8 \cdot \left(\frac{y}{d} \right)^2 \right] \quad (2.54)$$

Abbildung 2.14 (d) zeigt den geometrischen Zusammenhang zwischen der Ablenkung x_M des Messstrahls und der Verkipfung des Spiegels MM. Da letzterer auf der ZERODUR-Platte montiert ist, kommt dessen Verkipfungswinkel θ durch die Verbiegung der ZERODUR-Platte zu Stande. Dieser Winkel ist folglich identisch mit dem Verkipfungswinkel θ der ZERODUR-Platte, dargestellt in Abbildung 2.6. Da bei der Reflektion eines Strahls sein Einfallswinkel gleich seinem Ausfallswinkel sein muss, wird der Messstrahl in Abbildung 2.14 (d) bei der Reflektion an MM um den zweifachen Winkel 2θ abgelenkt. Die Verschiebung von MM in Richtung des einfallenden Messstrahls ist durch die Verschiebung Δs_M der ZERODUR-Platte gegeben. b ist die Länge des reflektierten Messstrahls zwischen dem Spiegel MM und der Position mit maximaler Ablenkung x_M . Dagegen ist c der Abstand zwischen dem Spiegel MM in Ruhelage und dem Ort maximaler Strahl-Ablenkung x_M entlang des einfallenden Messstrahls. Ohne Linse L ist c die Strecke zwischen MM und der Fotodiode FD (in Abbildung 2.14 (a) von MM bis zum Strahlkreuzungspunkt im Strahlteiler BS gemessen und von dort bis zur Fotodiode FD). Diese Strecke bezeichnen wir mit l_M . Mit Linse L ist c deren Brennweite f (Abbildung 2.14 (b)). Entsprechend lässt sich c über den Linsenparameter ε aus (2.48) ausdrücken:

$$c = (1 - \varepsilon) \cdot l_M + \varepsilon \cdot f \quad (2.55)$$

Nach Abbildung 2.14 (d) besteht der folgende Zusammenhang:

$$\tan(2\theta) = \frac{x_M}{c + \Delta s_M} \quad (2.56)$$

Der Verkipfungswinkel θ des Spiegels MM ist sehr klein. Andernfalls trifft der Messstrahl ohnehin nicht mehr auf die Fotodiode. Daher gilt die Näherung $\tan(2\theta) \approx 2\theta$. Zusätzlich sei die Bewegung Δs_M des Spiegels wesentlich kleiner als der Abstand c : $\Delta s_M \ll c \Rightarrow c + \Delta s_M \approx c$. Setzt man beides inklusive Gleichung (2.55) in (2.56) ein und stellt entsprechend um, so erhält man für die Verschiebung x_M des Messstrahls:

$$x_M = 2\theta \cdot [(1 - \varepsilon) \cdot l_M + \varepsilon \cdot f] \quad (2.57)$$

Die Verkipfung des Messstrahls hat direkten Einfluss auf den Gangunterschied G_{BC} zwischen den Zentren von Referenz- und Messstrahl. Er ist der längere Weg, den der

2. Theoretische Grundlagen

Messstrahl durch die Bewegung des Spiegels MM zurücklegen muss und setzt sich aus den in Abbildung 2.14 (d) grün markierten und nummerierten Strecken zusammen. Ohne Verkippung des Spiegels wäre der Gangunterschied die zweifache Strecke mit Nummer 1, also $2 \cdot \Delta s_M$. Der Faktor 2 kommt daher, dass der Messstrahl aufgrund des Hin- und Rückwegs die Strecke Δs_M zweimal zurücklegen muss. Aufgrund der Verkippung von MM legt der Messstrahl aber beim Weg zu MM die zusätzliche Strecke 1 (Δs_M) und beim Rückweg von MM die zusätzliche Strecke 2 ($b - c$) zurück. Der Gangunterschied G_{BC} ist entsprechend:

$$G_{BC} = \Delta s_M + b - c \quad (2.58)$$

Nach Abbildung 2.14 (d) gilt:

$$\cos(2\theta) = \frac{c + \Delta s_M}{b}$$

Stellt man dies nach b um und setzt es in (2.58) ein, so erhält man:

$$G_{BC} = \Delta s_M \cdot \left(\frac{1}{\cos(2\theta)} + 1 \right) + c \cdot \left(\frac{1}{\cos(2\theta)} - 1 \right)$$

Eine Reihenentwicklung für kleine Winkel θ ergibt schließlich für den Gangunterschied G_{BC} zwischen den Strahlzentren von Referenz- und Messstrahl:

$$G_{BC} = 2 \cdot (\Delta s_M + c \cdot \theta^2) \quad (2.59)$$

Siehe Abbildung 2.14 (e). Ohne Linse L ($\varepsilon = 0$) trifft der Messstrahl schräg auf die Fotodiode. Entsprechend ist dessen Wellenfront gegenüber der des Referenzstrahls gekippt, was durch die rot gestrichelte Linie verdeutlicht wird. Die Folge ist ein zusätzlicher, von x abhängiger Gangunterschied $G_{WF}(x)$. Er ist der Weg, den der Messstrahl von der gestrichelten roten Linie bis zum fotoempfindlichen Chip der Fotodiode zurücklegen muss. Referenz- und Messstrahl interferieren daher abhängig von x abwechselnd konstruktiv und destruktiv miteinander, was ein Streifenmuster auf dem Chip der Fotodiode verursacht, mit einander abwechselnden Hell-Dunkel-Stellen. Dies vermindert die Lichtleistung, die auf die Fotodiode fällt, und damit auch den Kontrast K_U der Fotodiodenspannung. Sobald sich zwei oder mehr helle bzw. dunkle Streifen auf dem Chip befinden, mittelt die Fotodiode über die Wellenlänge des Laserlichts und die phasenabhängige Oszillation im Spannungssignal der Fotodiode ist verschwunden. Es gilt die Beziehung:

$$\sin(2\theta) = \frac{G_{WF}(x)}{x - x_M}$$

Da der Verkippungswinkel θ klein ist, gilt die Näherung $\sin(2\theta) \approx 2\theta$ und man erhält für den ortsabhängigen Gangunterschied $G_{WF}(x)$ nach Umformung:

$$G_{WF}(x) = 2\theta \cdot (x - x_M) \quad (2.60)$$

2. Theoretische Grundlagen

Nun lässt sich die ortsabhängige Phasenverschiebung $\Delta\varphi(x)$ zwischen Referenz- und Messstrahl aus den Gangunterschieden berechnen:

$$\Delta\varphi(x) = 2\pi \cdot \frac{G_{BC} + (1 - \varepsilon) \cdot G_{WF}(x)}{\lambda_M} + \Delta\varphi_0$$

Darin ist λ_M die Wellenlänge des Laserlichts des Messstrahls, $\Delta\varphi_0$ ist die Phasenverschiebung ohne Bewegung des Spiegels MM und ist durch die unterschiedliche Länge der Interferometerarme gegeben. Der Faktor $(1 - \varepsilon)$ berücksichtigt, dass der Anteil $G_{WF}(x)$ des Gangunterschieds nur auftritt, wenn keine Linse verwendet wird ($\varepsilon = 0$). Durch Einsetzen der Gleichungen (2.55), (2.59) und (2.60) und durch Vereinfachung mit Gleichung (2.57) erhält man:

$$\Delta\varphi(x) = \Delta\varphi_{\text{eff } I} + (1 - \varepsilon) \cdot 4\pi \cdot \theta \cdot \frac{x}{\lambda_M} \quad (2.61)$$

Mit der effektiven Phase $\Delta\varphi_{\text{eff } I}$:

$$\Delta\varphi_{\text{eff } I} = \frac{4\pi}{\lambda_M} \cdot [\Delta s_M + \theta^2 \cdot [\varepsilon \cdot f - (1 - \varepsilon) \cdot l_M]] + \Delta\varphi_0$$

Es besteht ein Zusammenhang zwischen der Verschiebung Δs_M des Spiegels MM und dessen Verkippungswinkel θ . Dieser ist aber vom konkreten Messaufbau abhängig und kann hier nicht allgemein angegeben werden. Ist dieser Zusammenhang bekannt, so kann auch der Zusammenhang zwischen $\Delta\varphi(x)$ und x_M hergestellt werden. Hält man sich nun an die Formel (2.40), so gilt für die Gesamtintensität $I_{\text{ges}}(x, y, t)$ durch die Überlagerung von Referenz- und Messstrahl auf dem lichtempfindlichen Chip der Fotodiode:

$$I_{\text{ges}}(x, y, t) = I_R(x, y) + I_M(x, y) + 2 \cdot \sqrt{I_R(x, y) \cdot I_M(x, y)} \cdot \cos(\Delta\omega \cdot t - \Delta\varphi(x)) \quad (2.62)$$

Für die Berechnung der Intensitätsverteilung sind hier die Gleichungen (2.53), (2.54), (2.57) und (2.61) einzusetzen. Um sich nun das Interferenzmuster für den Fall mit und ohne Linse anzuschauen, setzen wir $I_0 = 1$. Wir gehen zudem davon aus, dass sich die Intensität zwischen Referenz- und Messstrahl gleichmäßig aufteilt, also $r_R^2 = r_M^2 = 0,5$ gilt. Da noch kein Messaufbau und so auch kein konkreter geometrischer Zusammenhang vorliegt, wird der folgende proportionale Zusammenhang zwischen der Verschiebung x_M des Messstrahls und der Phasenverschiebung $\Delta\varphi_{\text{eff } I}$ angenommen: $x_M = \Delta\varphi_{\text{eff } I} / 2\pi \cdot 10^{-2}$ mm. Die folgenden Angaben richten sich nach den Testmessungen, die mit Michelson-Interferometern durchgeführt wurden und die in Kapitel 3 beschrieben werden. Der Durchmesser der Laserstrahlen auf der Fotodiode sei $d = 2$ mm. Zudem seien beide Laserstrahlen in ihrer Frequenz nicht zueinander verstimmt: $\Delta\omega = 0 \text{ s}^{-1}$. Die Wellenlänge des Laserlichts beträgt $\lambda_M = 780$ nm. Siehe dazu das Datenblatt der Laserdiode im Anhang, Kapitel A.3.2. Der Abstand zwischen dem Spiegel MM und der Fotodiode FD betrage $l_M = 355$ mm. Die Kantenlänge a des fotoempfindlichen Chips der Fotodiode sei $a = \sqrt{A} = 2,65$ mm (Datenblatt der Fotodiode im Anhang, Kapitel A.3.3).

2. Theoretische Grundlagen

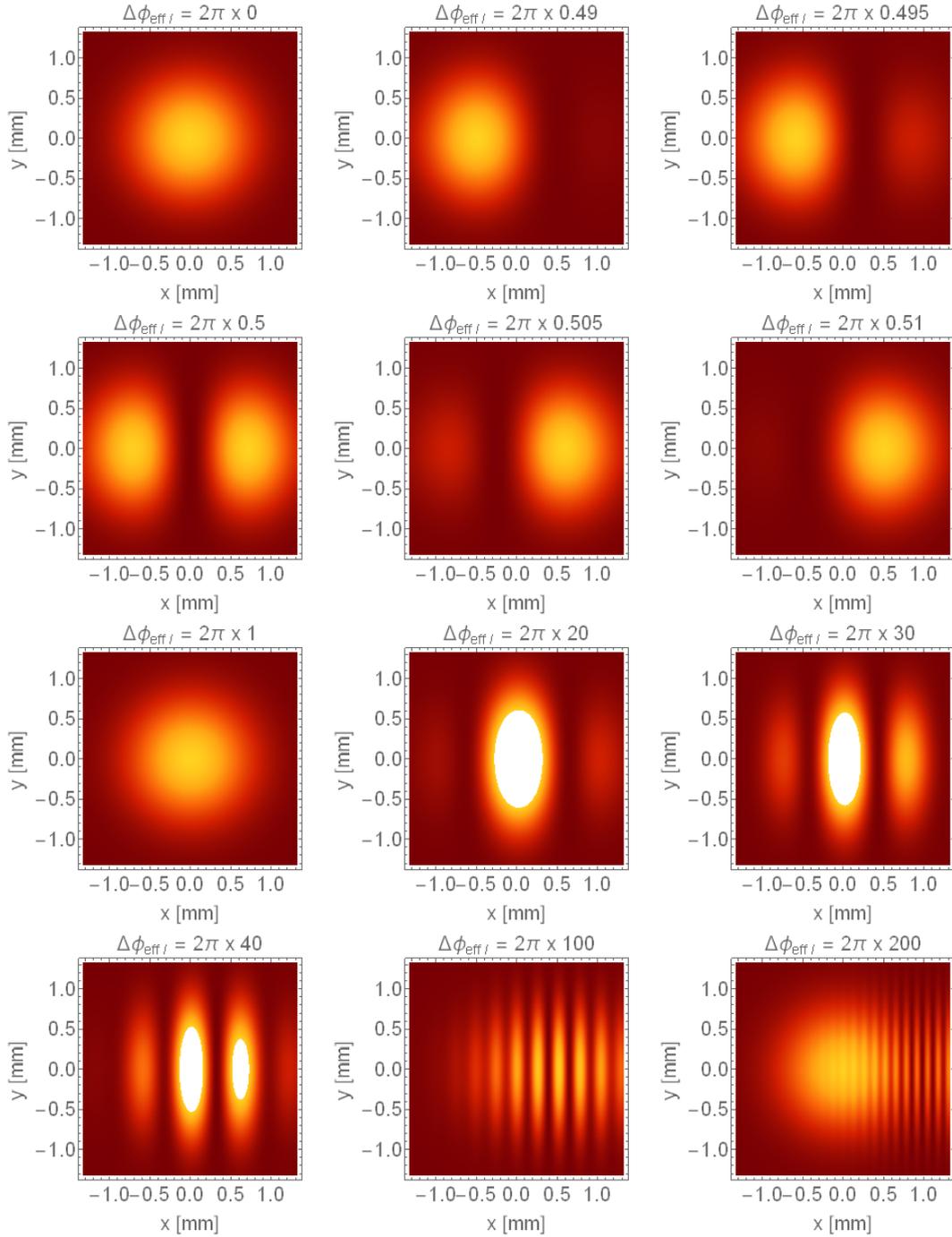


Abbildung 2.15.: Interferenzmuster auf dem fotoempfindlichen Chip der Fotodiode ohne Linse im Messstrahl.

2. Theoretische Grundlagen

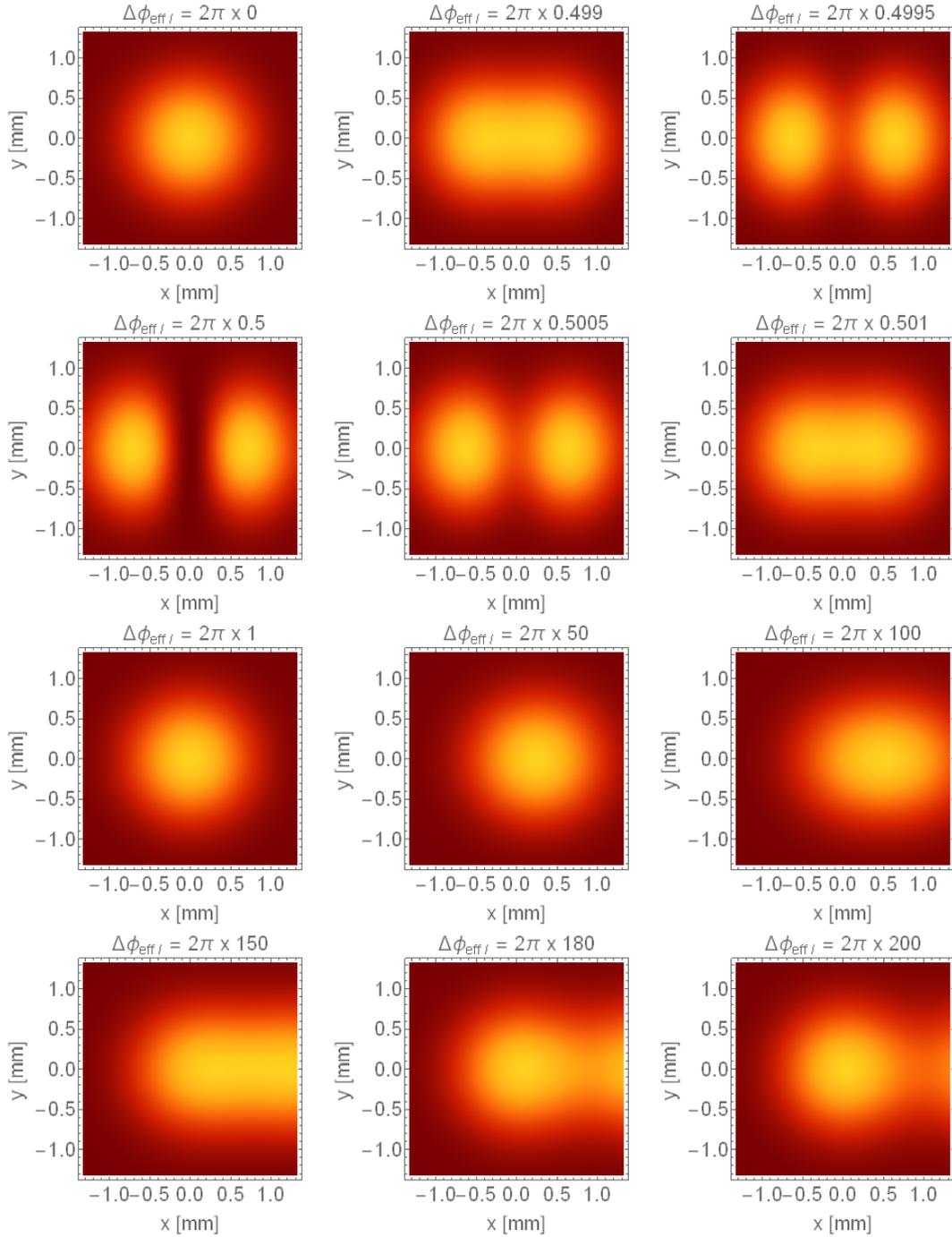


Abbildung 2.16.: Interferenzmuster auf dem fotoempfindlichen Chip der Fotodiode mit in den Messstrahl gesetzter Linse.

2. Theoretische Grundlagen

Die Plots in Abbildung 2.15 zeigen das Interferenzmuster auf dem Chip ohne Verwendung der Linse L im Messstrahl ($\varepsilon = 0$) für verschiedene Phasen $\Delta\varphi_{\text{eff } I}$. Dabei steht die Farbe Weiß für maximale und Dunkelrot für minimale Intensität. Bei zunehmendem $\Delta\varphi_{\text{eff } I}$ kommt es zu einer Verkipfung der Wellenfront des Messstrahls. Dabei laufen Streifen destruktiver Interferenz über den Chip der Fotodiode, deren Breite und Abstand mit zunehmender Verkipfung kleiner werden. Entsprechend steigt die Anzahl der Streifen. Schließlich ist bei einer Phasenverschiebung von $\Delta\varphi_{\text{eff } I} = 2\pi \cdot 200$ der Messstrahl aus dem fotoempfindlichen Chip heraus gelaufen. Nur im Bereich zwischen Referenz- und Messstrahl kommt es noch zu Interferenzeffekten.

Abbildung 2.16 stellt die Situation bei in den Messstrahl gesetzter Linse L dar ($\varepsilon = 1$). Dabei taucht periodisch ein Streifen destruktiver Interferenz in der Mitte der Chip-Fläche auf. Die Streifenzahl nimmt aber nicht zu, während die Intensitätsverteilungen von Referenz- und Messstrahl weiterhin auseinander laufen.

Man erhält die Lichtleistung, die auf den Chip der Fotodiode fällt, indem man die Intensitätsverteilung $I_{\text{ges}}(x, y, t)$ über die Fläche des Chips integriert. Das Ergebnis ist wiederum proportional zur Fotodiodenspannung $U_{FD}(t)$:

$$U_{FD}(t) \propto \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} dx \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} dy I_{\text{ges}}(x, y, t)$$

Darin ist a die Kantenlänge der fotoempfindlichen Fläche des Chips. Setzt man hier Gleichung (2.62) ein und führt die Integrale aus, so erhält man:

$$U_{FD}(t) = \overline{U_{FD}} \cdot [1 + KR_U \cdot \cos(\Delta\omega \cdot t - \Delta\varphi_{\text{eff } U}) - KI_U \cdot \cos(\Delta\omega \cdot t - \Delta\varphi_{\text{eff } U})] \quad (2.63)$$

Mit der mittleren Fotodiodenspannung,

$$\overline{U_{FD}} = u_R \cdot IFR \left(\frac{\sqrt{8} \cdot a}{2 \cdot d}, \frac{\sqrt{8} \cdot a}{2 \cdot d}, 0 \right) + u_M \cdot IFR \left(\sqrt{8} \cdot \frac{a/2 + x_M}{d}, \sqrt{8} \cdot \frac{a/2 - x_M}{d}, 0 \right) \quad (2.64)$$

den Kontrasten

$$KR_U = 2 \frac{\sqrt{u_R \cdot u_M}}{\overline{U_{FD}}} \cdot \exp \left[-2 \left(\frac{x_M}{d} \right)^2 \right] \cdot IFR \left(\sqrt{8} \frac{a + x_M}{2 \cdot d}, \sqrt{8} \frac{a - x_M}{2 \cdot d}, (\varepsilon - 1) \frac{4\pi}{\sqrt{8}} \theta \frac{d}{\lambda_M} \right) \quad (2.65)$$

$$KI_U = 2 \frac{\sqrt{u_R \cdot u_M}}{\overline{U_{FD}}} \cdot \exp \left[-2 \left(\frac{x_M}{d} \right)^2 \right] \cdot IFI \left(\sqrt{8} \frac{a + x_M}{2 \cdot d}, \sqrt{8} \frac{a - x_M}{2 \cdot d}, (\varepsilon - 1) \frac{4\pi}{\sqrt{8}} \theta \frac{d}{\lambda_M} \right) \quad (2.66)$$

und der effektiven Phase der Fotodiodenspannung:

$$\Delta\varphi_{\text{eff } U} = \frac{4\pi}{\lambda_M} \cdot (\Delta s_M + \varepsilon \cdot f \cdot \theta^2) + \Delta\varphi_0 \quad (2.67)$$

2. Theoretische Grundlagen

In diesen Gleichungen ist u_R proportional zur Spannung U_R , die man messen würde, wenn nur der Referenzstrahl auf die Fotodiode treffen würde, und u_M ist proportional zur Spannung U_M , die man misst, wenn nur der Messstrahl auf die Fotodiode fällt. Aufgrund einer anderen Normierung als in Gleichung (2.41) besteht hier aber keine direkte Entsprechung. Darüber hinaus wurden die folgenden Funktionen definiert und verwendet:

$$IFR(x, y, z) := \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \exp \left[- \left(\frac{z}{2} \right)^2 \right] \cdot \operatorname{Re} [\operatorname{erf} (x + i \cdot z/2) + \operatorname{erf} (y - i \cdot z/2)] \quad (2.68)$$

$$IFI(x, y, z) := \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \exp \left[- \left(\frac{z}{2} \right)^2 \right] \cdot \operatorname{Im} [\operatorname{erf} (x + i \cdot z/2) + \operatorname{erf} (y - i \cdot z/2)] \quad (2.69)$$

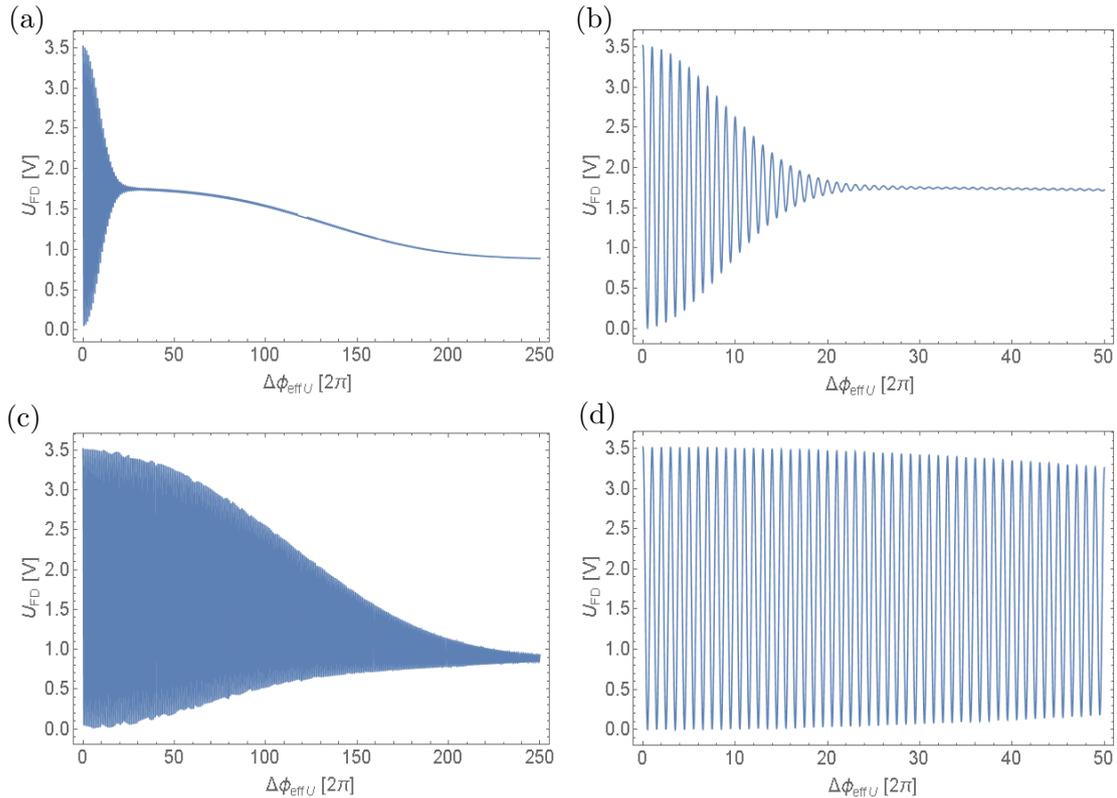


Abbildung 2.17.: Fotodiodensignal bei Verkippung des Messstrahls. (a): Ohne in den Messstrahl gesetzte Linse, (b): Detailansicht von (a), (c): Mit in den Messstrahl gesetzter Linse, (d): Detailansicht von (c).

2. Theoretische Grundlagen

Mit der imaginären Einheit i . In Abbildung 2.17 ist die Fotodiodenspannung $U_{FD}(t)$ gegen die Phase $\Delta\varphi_{\text{eff } U}$ aufgetragen. Es werden folgende Werte für u_R und u_M angenommen: $u_R = u_M = 0,5$ V. Zwischen der Verschiebung x_M des Messstrahls und der Phase $\Delta\varphi_{\text{eff } U}$ bestehe ein linearer Zusammenhang: $x_M = \Delta\varphi_{\text{eff } U} / 2\pi \cdot 10^{-2}$ mm. Die übrigen Werte bleiben die gleichen wie auf Seite 32. Die Abbildungen 2.17 (a) und (b) zeigen das Spannungssignal für den Fall, dass keine Linse in den Messstrahl gesetzt wird ($\varepsilon = 0$), mit einer Übersicht in (a) und einer Detailansicht der Oszillation in (b). Dagegen ist in (c) und (d) die Situation mit Linse dargestellt ($\varepsilon = 1$). Hier ist (c) die Übersicht und (d) die Detailansicht. Ohne Linse kommt es zu einer Verkippung der Wellenfront des Messstrahls. Aufgrund der dadurch auftretenden Interferenzstreifen und der damit verbundenen Phasenmittelung der Fotodiode nimmt die Amplitude der Signaloszillation sehr schnell ab. Es bleibt jedoch einer Restwelligkeit im Signal, die auf das Ein- und Auslaufen von Interferenzstreifen auf dem lichtempfindlichen Chip der Fotodiode zurückzuführen ist. Nach dem Abklingen der Oszillation handelt es sich beim Signal nur noch um die reine Summe der Lichtleistungen beider Teilstrahlen. Da der Messstrahl bei zunehmender Verkippung aus der Fotodiode heraus wandert, fällt diese Leistung weiter ab, bis nur noch die Leistung des Referenzstrahls gemessen wird. Im Fall mit Linse fällt die Amplitude der Signaloszillation nur durch das Auseinanderlaufen von Referenz- und Messstrahl ab, da es zu keiner Verkippung der Wellenfront des Messstrahls kommt. Daher bleibt die Oszillation im Signal viel länger bestehen.

Bei den Messungen an den ZERODUR-Platten in dieser Masterarbeit wird keine Linse im Michelson-Interferometer verwendet. Die Platten und der übrige Messaufbau können so dimensioniert werden, dass trotz Verkippung der Wellenfront des Messstrahls die Anzahl der gemessenen Perioden im Spannungssignal der Fotodiode ausreichend groß ist, um die Verbiegung der ZERODUR-Platten möglichst genau zu bestimmen. Eine Linse würde die Justierung der Strahlen im Michelson-Interferometer dann nur unnötig erschweren. Der Fall mit Linse wurde dennoch betrachtet, da er für andere Anwendungen innerhalb der Arbeitsgruppe nützlich sein kann. Ohne Linse gilt $\varepsilon = 0$ und man erhält aus Gleichung (2.57) für die Verschiebung x_M des Messstrahls:

$$x_M = 2 \cdot \theta \cdot l_M \quad (2.70)$$

Aus Gleichung (2.67) ergibt sich entsprechend für die effektive Phase $\Delta\varphi_{\text{eff } U}$ der Fotodiodenspannung:

$$\Delta\varphi_{\text{eff } U} = \frac{4\pi}{\lambda_M} \cdot \Delta s_M + \Delta\varphi_0 \quad (2.71)$$

Daraus lässt sich die Anzahl Z der gemessenen Signalperioden bestimmen, wobei zu beachten ist, dass der Phasenanteil $\Delta\varphi_0$ konstant ist und nicht durch die Verbiegung der ZERODUR-Platten entsteht. Er muss daher aus $\Delta\varphi_{\text{eff } U}$ entfernt werden:

$$Z = \frac{\Delta\varphi_{\text{eff } U} - \Delta\varphi_0}{2 \cdot \pi} = 2 \cdot \frac{\Delta s_M}{\lambda_M} \quad (2.72)$$

2. Theoretische Grundlagen

Ohne Linse tritt eine Verkippung der Wellenfront des Messstrahls auf. Wie zu Abbildung 2.17 (a) und (b) erklärt, führt dies zu einem schnellen Abklingen der Amplitude der Signaloszillation in der Fotodiodenspannung. Die Oszillation verschwindet, wenn die Fotodiode über die Wellenlänge des Laserlichts mittelt. Dieser Fall tritt ein, sobald zwei helle und dunkle Interferenzstreifen auf dem Chip der Fotodiode zu sehen sind. Das wird in Abbildung 2.18 dargestellt, in der der Chip in Seitenansicht zu sehen ist. Die Kanten der lichtempfindlichen Fläche des Chips haben die Länge a . Der Abstand zwischen zwei gleichartigen Interferenzstreifen beträgt dann $a/2$ und der Gangunterschied zwischen ihnen ist die Wellenlänge λ_M des Messstrahls. Damit lässt sich der maximale Verkippungswinkel θ_{\max} des Spiegels MM bestimmen, bei dem die Oszillation im Fotodiodensignal gerade verschwindet.

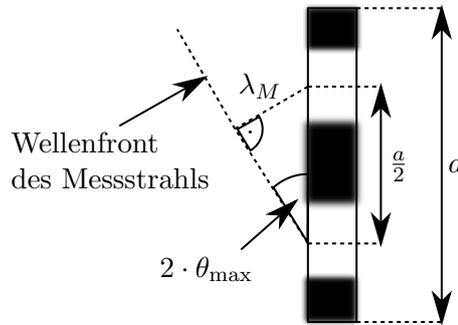


Abbildung 2.18.: Seitenansicht des fotoempfindlichen Chips der Fotodiode. Dargestellt ist die Situation, bei der durch die Verkippung der Wellenfront des Messstrahls die Oszillation im Signal der Fotodiode gerade verschwindet. Eingezeichnet ist das Interferenzmuster, mit jeweils zwei hellen und dunklen Streifen. Dadurch mittelt die Fotodiode über die Wellenlänge des Laserlichts.

Es gilt der folgende geometrische Zusammenhang:

$$\sin(2 \cdot \theta_{\max}) = \frac{2 \cdot \lambda_M}{a}$$

Für kleine Winkel kann die Näherung $\sin(2 \cdot \theta_{\max}) \approx 2 \cdot \theta_{\max}$ verwendet werden und durch Umstellen erhält man den Ausdruck für θ_{\max} :

$$\theta_{\max} = \frac{\lambda_M}{a}$$

Mit den bekannten Größen $\lambda_M = 780 \text{ nm}$ und $a = 2,65 \text{ mm}$ ergibt das:

$$\theta_{\max} = 2,943 \cdot 10^{-4} \quad (2.73)$$

Setzt man dies für θ in Gleichung (2.70) ein und verwendet man den linearen Zusammenhang zwischen x_M und $\Delta\varphi_{\text{eff } I}$ bzw. $\Delta\varphi_{\text{eff } U}$, wie er für die Abbildungen 2.15

2. Theoretische Grundlagen

und 2.17 angenommen wurde, so erhält man für die Phasenverschiebung, bei der die Oszillation im Fotodiodensignal verschwindet, $\Delta\varphi_{\text{eff } I} = \Delta\varphi_{\text{eff } U} = 2\pi \cdot 21$. Dies passt zu den Abbildungen 2.15 und 2.17 (a) und (b).

2.4. Verknüpfung der Verbiegung der Zerodurplatten mit dem Interferometersignal

In diesem Abschnitt werden die theoretischen Beschreibungen aus Kapitel 2.1 bezüglich der Verbiegung von Balken mit dem Interferometrie-Formalismus aus Kapitel 2.3 verknüpft. Wie in Kapitel 2.1 gezeigt, sollen die ZERODUR-Platten auf zwei verschiedene Arten befestigt werden, um eine Kraft auf sie übertragen zu können. Sie sollen einmal einseitig eingespannt und einmal beidseitig auf zwei Auflagekanten gelegt werden. Nach den Erklärungen im Einleitungs-Kapitel 1 zu Abbildung 1.4 soll die Messung der Verbiegung der ZERODUR-Platten über ein Michelson-Interferometer erfolgen. Die x -Koordinate aus dem Formalismus der Balkenverbiegung sei die Position auf der ZERODUR-Platte, an der der Messstrahl BM vom Spiegel MM reflektiert wird. Letzterer ist auf der Oberfläche der ZERODUR-Platte befestigt.

Zunächst betrachten wir die Situation mit einseitiger Einspannung. Dabei gilt für die Biegelinie $z(x)$ die Gleichung (2.26). Für den Fall, dass x größer ist als die Position x_F , an der die Kraft F auf die ZERODUR-Platte übertragen wird ($x > x_F$), fällt nach dieser Gleichung die Biegelinie $z(x)$ linear in x ab. Das bedeutet insbesondere, dass die Oberfläche der ZERODUR-Platte dort keine Krümmung aufweist. Aufgrund der endlichen Größe der Kontaktfläche des Spiegels MM mit der Platte macht es Sinn, dass er an einer Position x angebracht ist, für die die Bedingung $x > x_F$ erfüllt ist. Dann ist gewährleistet, dass die Kontaktfläche des Spiegels stets parallel zur Plattenoberfläche verläuft. Würde dagegen eine Wölbung der Plattenoberfläche auftreten, so könnte dies zu einer zusätzlichen Verkippung des Spiegels MM führen, was das Messergebnis verfälschen würde. Dieser störende Effekt wird so verhindert. Zusätzlich wird im Hinblick auf spätere Eichungen die auf die ZERODUR-Platte ausgeübte Kraft F in Form einer Masse m in kg angegeben: $F = m \cdot g$, mit der Fallbeschleunigung $g = 9,81 \text{ N/kg}$. Berücksichtigt man all das in der Gleichung (2.26), so erhält man für die Biegelinie $z(x)$:

$$z(x) = -\frac{6 \cdot m \cdot g}{b \cdot E} \cdot \left(\frac{L}{d}\right)^3 \cdot \left[\frac{x}{L} \cdot \left(\frac{x_F}{L}\right)^2 - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{x_F}{L}\right)^3\right] \quad (2.74)$$

Der Verkippungswinkel θ des Spiegels MM ist auch der Verkippungswinkel der Oberfläche der ZERODUR-Platte, da der Spiegel mit der Plattenoberfläche verbunden ist. Nach den Erklärungen zu Abbildung 2.6 und nach Gleichung (2.24) ist dieser Winkel die Ableitung $z'(x)$ der Biegelinie $z(x)$ nach dem Ort x . Um ein eventuelles negatives Vorzeichen des Winkels auszuschließen, muss der Betrag von $z'(x)$ verwendet werden. Damit ergibt sich zusammen mit Gleichung (2.74) für θ :

$$\theta = |z'(x)| = \frac{6 \cdot m \cdot g \cdot x_F^2}{b \cdot E \cdot d^3} \quad (2.75)$$

Für die einseitige Einspannung gibt es zwei fundamentale Möglichkeiten, wie der Messstrahl BM zur Oberfläche der ZERODUR-Platte verlaufen kann, entweder parallel oder senkrecht.

2. Theoretische Grundlagen

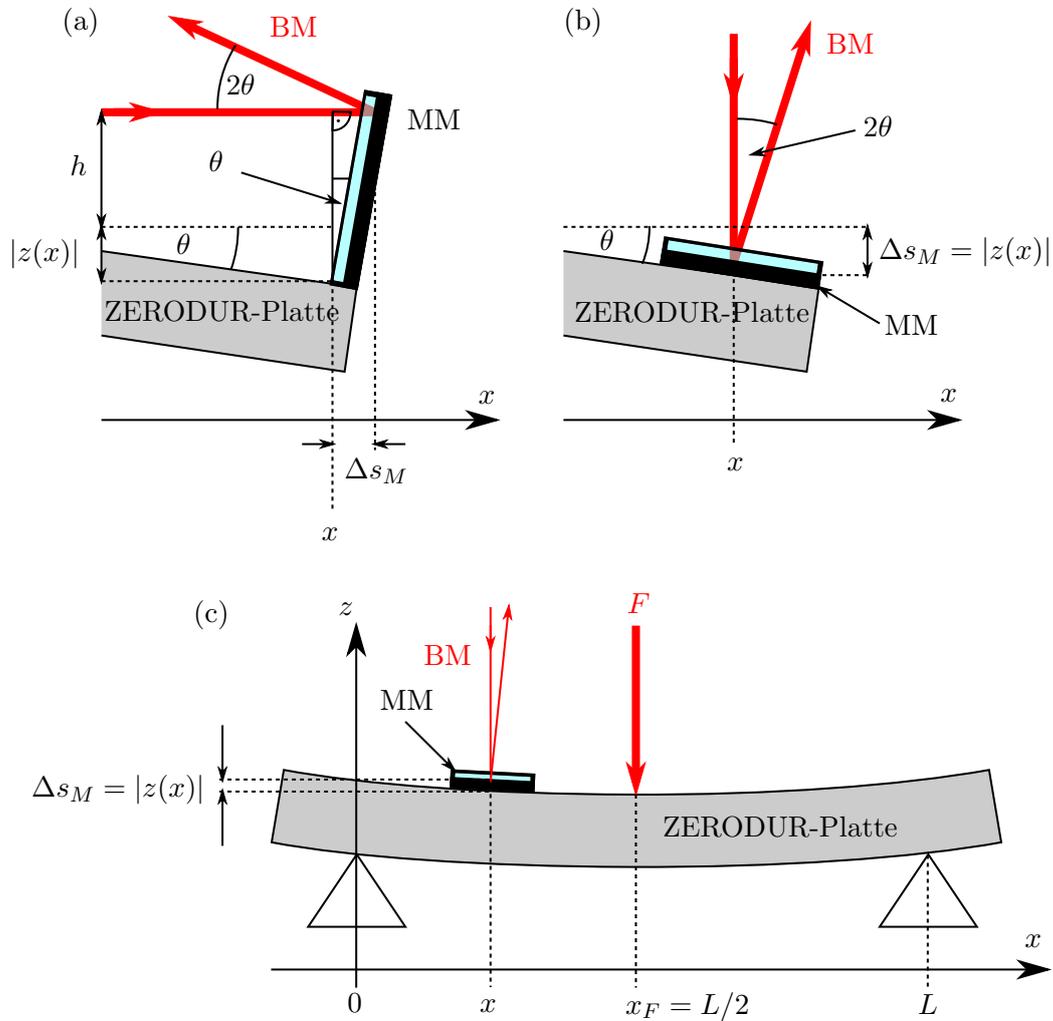


Abbildung 2.19.: Verschiebung Δs_M des Spiegels MM, der den Messstrahl BM reflektiert, für verschiedene Befestigungen der ZERODUR-Platten und für unterschiedliche Messvarianten. (a) Einseitig eingespannte ZERODUR-Platte mit parallel zur Plattenoberfläche verlaufendem Messstrahl. (b) Einseitig eingespannte ZERODUR-Platte mit senkrecht zur Plattenoberfläche verlaufendem Messstrahl. (c) Beidseitig aufliegende ZERODUR-Platte mit senkrecht zu deren Oberfläche auftreffendem Messstrahl.

2. Theoretische Grundlagen

Abbildung 2.19 (a) zeigt die Situation, bei der der Messstrahl parallel zur Oberfläche verläuft. Entsprechend muss der Spiegel MM stehend auf der Platte befestigt werden, um den Strahl reflektieren zu können. h ist die Höhe des Messstrahls über der Plattenoberfläche ohne Belastung und $|z(x)|$ ist die Verschiebung der Oberfläche an der Stelle x bei Belastung. Δs_M ist die Verschiebung des Spiegels MM in Richtung des einfallenden Messstrahls aus Kapitel 2.3. Nach der Abbildung gilt die folgende geometrische Beziehung:

$$\tan(\theta) = \frac{\Delta s_M}{h + |z(x)|}$$

Für kleine Winkel θ gilt die Näherung $\tan(\theta) \approx \theta$. Darüber hinaus kann man annehmen, dass die Verschiebung $|z(x)|$ der Plattenoberfläche sehr viel kleiner ist als die Höhe h des Messstrahls über der Oberfläche: $|z(x)| \ll h \Rightarrow h + |z(x)| \approx h$. Beides eingesetzt und entsprechend umgestellt ergibt für Δs_M :

$$\Delta s_M = h \cdot \theta$$

Um die gemessene Periodenzahl Z in Abhängigkeit des Verkippungswinkels θ zu erhalten, ist dies in Gleichung (2.72) einzusetzen:

$$Z = 2 \cdot \frac{h}{\lambda_M} \cdot \theta \quad (2.76)$$

Setzt man hier Gleichung (2.75) ein, so folgt daraus nach Umstellen die gemessene Periodenzahl pro kg Belastung:

$$\frac{Z}{m} = \frac{12 \cdot g \cdot h \cdot x_F^2}{\lambda_M \cdot b \cdot E \cdot d^3} \quad (2.77)$$

Der Fall mit der einseitig eingespannten ZERODUR-Platte, bei der der Messstrahl BM senkrecht zu deren Oberfläche auftritt, ist in Abbildung 2.19 (b) gezeigt. Dabei muss der Spiegel MM liegend auf der Oberfläche angebracht werden. Da die Plattenoberfläche eben ist, kann es ausreichen, den Spiegel einfach auf die ZERODUR-Platte zu legen. Die Verschiebung Δs_M des Spiegels MM ist identisch mit der Verschiebung $|z(x)|$ der Platte an der Position x :

$$\Delta s_M = |z(x)|$$

Setzt man dies zusammen mit Gleichung (2.74) in Gleichung (2.72) ein, so ergibt das die gemessene Periodenzahl pro kg Belastung für den senkrecht auf die Plattenoberfläche treffenden Messstrahl:

$$\frac{Z}{m} = \frac{2}{m} \cdot \frac{|z(x)|}{\lambda_M} = \frac{12 \cdot g}{\lambda_M \cdot b \cdot E} \cdot \left(\frac{L}{d}\right)^3 \cdot \left[\frac{x}{L} \cdot \left(\frac{x_F}{L}\right)^2 - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{x_F}{L}\right)^3\right] \quad (2.78)$$

Wenn man hier die nach der Masse m umgestellte Gleichung (2.75) einsetzt, erhält man die gemessene Periodenzahl Z in Abhängigkeit vom Verkippungswinkel θ :

2. Theoretische Grundlagen

$$Z = 2 \cdot \frac{|z(x)|}{\lambda_M} = 2 \cdot \theta \cdot \frac{x - x_F/3}{\lambda_M} \quad (2.79)$$

Abbildung 2.19 (c) zeigt die Geometrie bei der beidseitig aufliegenden ZERODUR-Platte. Die Verbiegung der Platte ist am größten und symmetrisch um die Position x_F , an der die Kraft F ausgeübt wird, wenn x_F in der Mitte zwischen den beiden Auflagekanten liegt. In diesem Fall gilt $x_F = L/2$. Der Messstrahl BM treffe senkrecht auf die Oberfläche der Platte. Der Spiegel MM, der den Messstrahl reflektiert, muss dann liegend auf der Plattenoberfläche angebracht werden. Anders als bei den oben beschriebenen Situationen der einseitigen Einspannung, tritt hier eine Krümmung der Plattenoberfläche an der Position x des Spiegels auf. Dies kann zu einer zusätzlichen Verkippung des Spiegels und so zu einem Fehler im Messergebnis führen. Dieser ist um so kleiner, je kleiner die räumliche Ausdehnung des Spiegels ist. Da die Verbiegung der ZERODUR-Platte symmetrisch um x_F erfolgt, kann man das Koordinatensystem so definieren, dass für die Position x des Spiegels die Bedingung $x \leq x_F$ gilt. Entsprechend muss die Funktion $z(x)$ der Biegelinie nur für $x \leq x_F$ betrachtet werden. Wie bei der einseitigen Einspannung lässt sich die auf die Platte wirkende Kraft F über eine Masse m in kg angeben: $F = m \cdot g$. Verwendet man dies alles in Gleichung (2.28), so erhält man für die Biegelinie $z(x)$:

$$z(x) = -\frac{m \cdot g}{b \cdot E} \cdot \left(\frac{L}{d}\right)^3 \cdot \left[\frac{3}{4} \cdot \frac{x}{L} - \left(\frac{x}{L}\right)^3\right] \quad (2.80)$$

Und für den Verkippungswinkel θ :

$$\theta = |z'(x)| = \frac{3 \cdot m \cdot g \cdot L^2}{b \cdot E \cdot d^3} \cdot \left[\frac{1}{4} - \left(\frac{x}{L}\right)^2\right] \quad (2.81)$$

Nach Abbildung 2.19 (c) ist die Verschiebung Δ_{sM} des Spiegels MM gleich der Verschiebung $|z(x)|$ der Oberfläche der ZERODUR-Platte:

$$\Delta_{sM} = |z(x)|$$

Dies zusammen mit Gleichung (2.80) in Gleichung (2.72) eingesetzt ergibt die gemessene Periodenzahl pro kg Belastung:

$$\frac{Z}{m} = \frac{2}{m} \cdot \frac{|z(x)|}{\lambda_M} = \frac{2 \cdot g}{\lambda_M \cdot b \cdot E} \cdot \left(\frac{L}{d}\right)^3 \cdot \left[\frac{3}{4} \cdot \frac{x}{L} - \left(\frac{x}{L}\right)^3\right] \quad (2.82)$$

Stellt man Gleichung (2.81) nach der Masse m um und setzt dies hier ein, so erhält man die gemessene Periodenzahl Z in Abhängigkeit vom Verkippungswinkel θ :

$$Z = 2 \cdot \frac{|z(x)|}{\lambda_M} = \frac{2 \cdot L}{3 \cdot \lambda_M} \cdot \theta \cdot \frac{3 \cdot x/L - 4 \cdot (x/L)^3}{1 - 4 \cdot (x/L)^2} \quad (2.83)$$

3. Modelltests mit verschiedenen Michelson-Interferometern

Um die Vorhersagen zur Fotodiodenspannung aus dem Interferometrie-Kapitel 2.3 zu überprüfen, wurde jeweils für den Fall der einseitig eingespannten und der beidseitig aufliegenden ZERODUR-Platte ein Michelson-Interferometer auf einer optischen Bank aufgebaut. Das Interferometersignal wurde jeweils über ein Oszilloskop aufgenommen und mit der Theorie aus Kapitel 2.3 verglichen.

3.1. Einseitig befestigtes Interferometer

Abbildung 3.1 (a) zeigt den Aufbau für den Test bei einseitiger Einspannung. Darin wird die ZERODUR-Platte durch die optische Bank ersetzt. Letztere ist einseitig am Labortisch befestigt, während das andere Ende über den Labortisch hinausragt. Der Messstrahl BM verläuft parallel zur Oberfläche, was der Situation aus Abbildung 2.19 (a) entspricht. Bis auf den Spiegel MM sind alle übrigen Komponenten des Interferometers auf dem Teil der optischen Bank montiert, der auf den Labortisch geschraubt ist. Dadurch hängt der Verlauf des Referenzstrahls BR nicht von Verbiegungen der optischen Bank ab und er stellt einen festen Phasenbezug für den Messstrahl BM dar. Andernfalls würde das Messergebnis verfälscht werden. Der Messstrahl BM wird durch den Spiegel MM reflektiert, der sich am äußeren Ende des Überhangs befindet. Übt man dort von oben Druck aus, so wird der überstehende Teil der optischen Bank nach unten gebogen und der Spiegel MM verkippt. Aufgrund des längeren Wegs, den der Messstrahl BM dann zurücklegen muss, kommt es zu einem Gangunterschied zwischen dem Messstrahl BM und dem Referenzstrahl BR. Nimmt die Verbiegung der optischen Bank mit der Zeit zu, dann wird auch der Gangunterschied vergrößert. So tritt nach Kapitel 2.3 eine zeitliche Oszillation der Fotodiodenspannung auf. Durch die Verkipfung des Spiegels MM verkippt auch die Wellenfront des an MM reflektierten Messstrahls. Anhand der Erklärungen in Kapitel 2.3.2 führt das zu einer Abnahme der Amplitude im Fotodiodensignal.

Bei den Messungen wurde manuell Druck auf das überstehende Ende der optischen Bank ausgeübt. Die dabei gemessene Fotodiodenspannung U in mV ist in Abbildung 3.1 (b) über die Zeit t in ms aufgetragen. Der Graph hat große Ähnlichkeit mit den theoretischen Plots aus Abbildung 2.17 (a) und (b). In diesen ist aber die Fotodiodenspannung gegen die effektive Phase $\Delta\varphi_{\text{eff } U}$ aufgetragen. Zu beachten ist, dass die Verbiegung der optischen Bank nicht linear in der Zeit erfolgt. Dadurch besteht kein linearer Zusammenhang zwischen der Zeit t und der effektiven Phase $\Delta\varphi_{\text{eff } U}$ der Fotodiodenspannung. Entsprechend kommt es bei der Messung zu vari-

3. Modelltests mit verschiedenen Michelson-Interferometern

ierenden Abständen zwischen den Signalmaxima bzw. den Signalminima entlang der Zeit-Achse, während deren Abstände bei den theoretischen Plots konstant bleiben. Anders als bei der theoretischen Beschreibung ist in der Messung die Amplitude zu Beginn der Oszillation nicht maximal und der Minimalwert der Spannung ist deutlich größer als 0 V. Dies kann damit zusammenhängen, dass die Spiegel im Interferometer nicht optimal eingestellt sind. Eine weitere mögliche Ursache könnte sein, dass es zu zusätzlichen, unerwünschten Verkipnungen des Spiegels MM kommt. Denn im Gegensatz zum theoretischen Modell der Balkenverbiegung wird bei manueller Auslenkung die Kraft nicht gleichmäßig über die gesamte Breite der optischen Bank verteilt. Beim Abklingen der Oszillation in der Messung pendelt sich die Fotodiodenspannung auf einen bestimmten Wert ein. Dieser nimmt nach dem Verschwinden der Oszillation bei weiterer Verbiegung der optischen Bank bis zu einem Minimalwert ab, ähnlich wie dies in den theoretischen Plots der Fall ist. Dabei auftretende Unterschiede zwischen den Proportionen des gemessenen Signals und des theoretischen Graphen kommen ebenfalls durch die fehlende lineare Abhängigkeit zwischen t und $\Delta\varphi_{\text{eff } U}$ zustande. Zudem führen Rauscheffekte im Interferometer, hervorgerufen durch Schwingungen der optischen Komponenten und der optischen Bank, zu Abweichungen zwischen Theorie und Messung.

3.2. Interferometrische Messung der Durchbiegung einer beidseitig aufliegenden Glasplatte

Abbildung 3.2 (a) zeigt den Aufbau für die Überprüfung des Verhaltens des Michelson-Interferometers bei beidseitig aufliegender ZERODUR-Platte. Diese wird hier durch eine Glasplatte ersetzt, die auf zwei Aluminiumkanten ruht. Die optische Bank mit dem Interferometer ist auf Stützen befestigt und so angebracht, dass sie sich über der Glasplatte befindet. Der Spiegel MMu lenkt den Messstrahl BM durch ein Schraubenloch in der optischen Bank senkrecht von oben, mittig auf die Glasplatte. Deren glatte Oberfläche wird zur Reflektion des Messstrahls verwendet und dient als Spiegel MM. Um Mehrfachreflektionen auszuschließen, welche die Fotodiodenspannung beeinflussen und das Messergebnis verfälschen würden, ist die Unterseite der Glasplatte an der betreffenden Stelle angeraut. Da die meiste Lichtintensität durch die Glasplatte hindurch geht, ist die Intensität des von der Oberfläche reflektierten Anteils des Messstrahls BM sehr viel kleiner als die Intensität des Referenzstrahls BR. Bei den Messungen wurde mit einem Schraubendreher, durch ein Loch in der optischen Bank, manuell Druck auf eine Stelle der Glasplatte ausgeübt. Diese Stelle liegt in der Nähe der Plattenmitte, wo der Messstrahl auftrifft. Durch die Druckausübung biegt sich die Glasplatte nach unten durch, was den Weg des Messstrahls bis zum Reflektionspunkt erhöht. Dies verursacht einen Gangunterschied zwischen dem Messstrahl BM und dem Referenzstrahl BR. Nimmt die Verbiegung der Glasplatte mit der Zeit zu, dann wird auch der Gangunterschied vergrößert. Dies führt nach Kapitel 2.3 zu einer zeitabhängigen Oszillation in der Fotodiodenspannung.

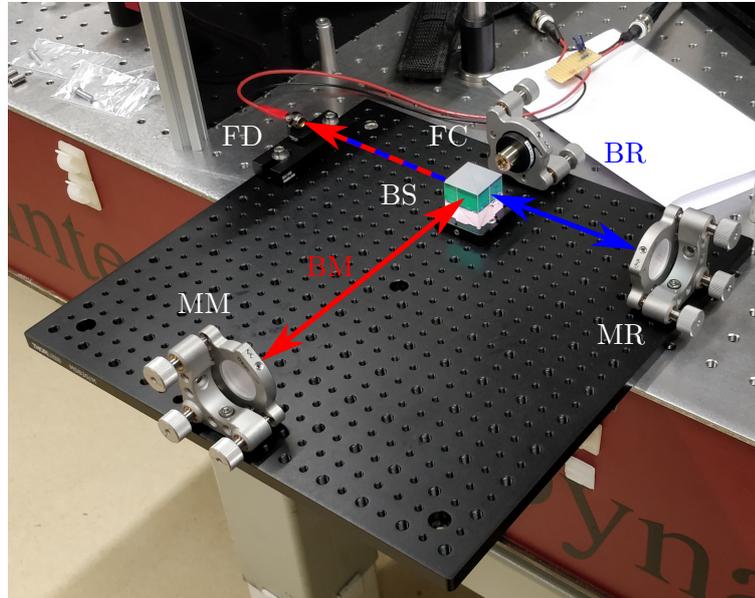
Das Messsignal der Fotodiode ist in Abbildung 3.2 (b) dargestellt, in der die Spannung

3. Modelltests mit verschiedenen Michelson-Interferometern

(a)

Legende:

FC = Faserkoppler
BM = Messstrahl
BR = Referenzstrahl
MM = Spiegel zur
Reflektion des Mess-
strahls
MR = Spiegel zur
Reflektion des
Referenzstrahls
BS = Strahlteiler
FD = Fotodiode



(b)

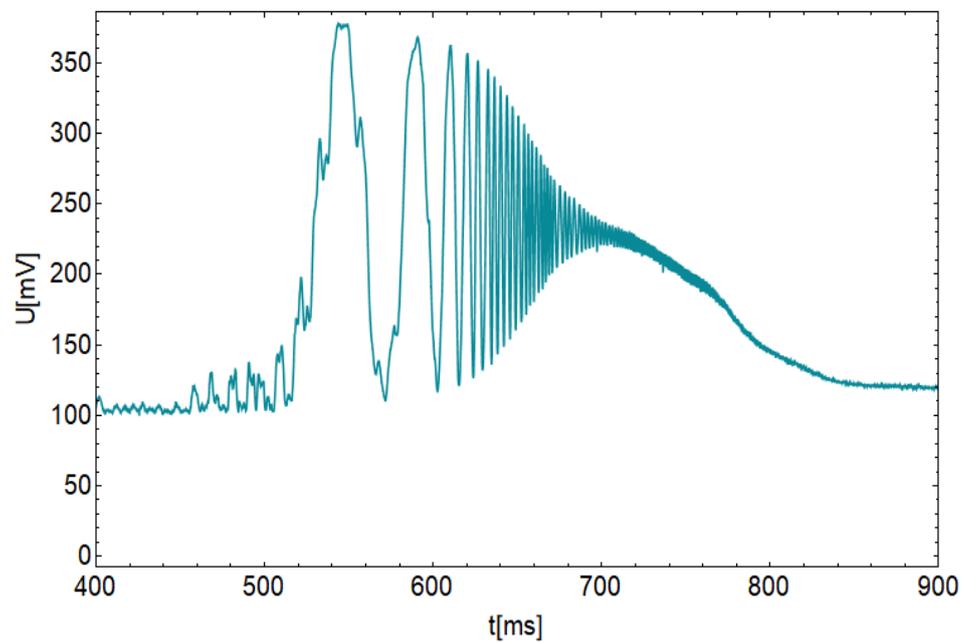


Abbildung 3.1.: Test des Fotodiodensignals bei einseitiger Einspannung. (a) Über den Labortisch hinausragende, einseitig befestigte optische Bank mit Michelson-Interferometer. (b) Zugehöriges Fotodiodensignal bei manuellem Herunterdrücken des überstehenden Teils der optischen Bank.

3. Modelltests mit verschiedenen Michelson-Interferometern

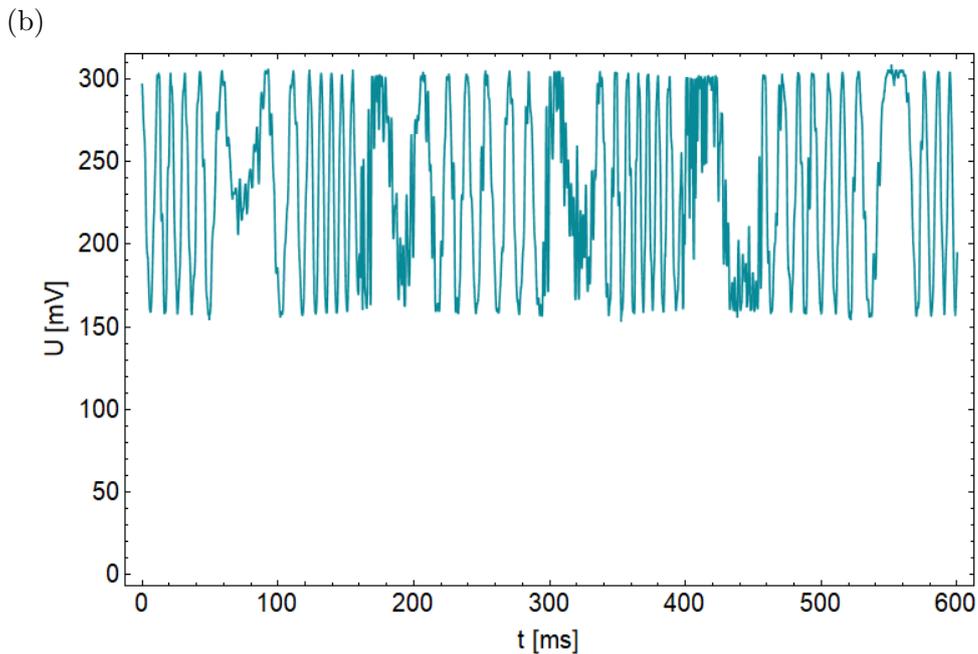
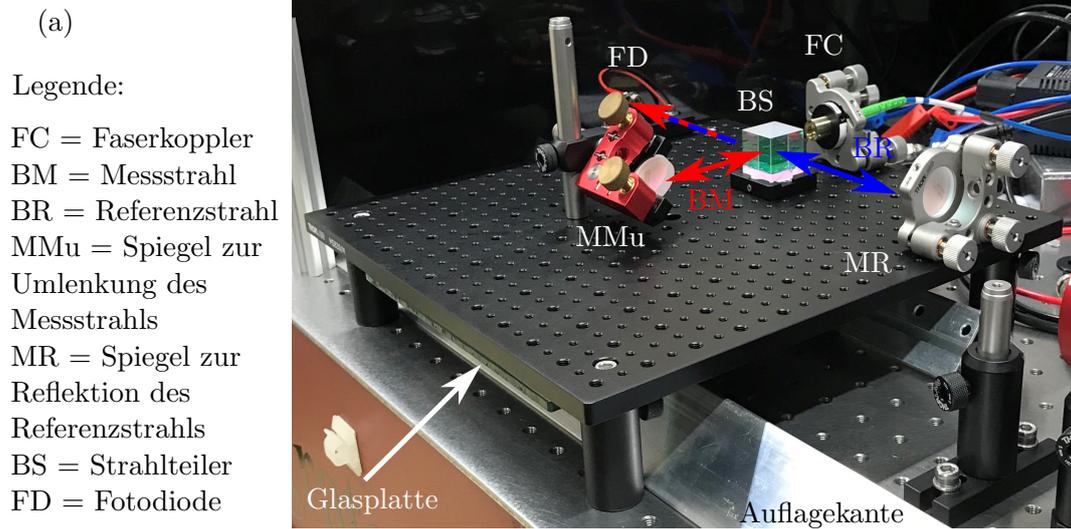


Abbildung 3.2.: Test des Fotodiodensignals bei beidseitig aufliegender ZERODUR-Platte. (a) Optische Bank mit Michelson-Interferometer über einer auf zwei Aluminiumkanten ruhenden Glasplatte. (b) Zugehöriges Fotodiodensignal bei wiederholtem, manuellem Druck auf die Glasplatte.

3. Modelltests mit verschiedenen Michelson-Interferometern

U in mV über die Zeit t in ms aufgetragen ist. Dabei wurde mit dem Schraubendreher wiederholt Druck auf die Glasplatte übertragen und die verrauschten Abschnitte im Signal zeigen dem entsprechend die Umkehrung der Bewegungsrichtung der Platte an. Weil die Glasplatte sehr starr ist, sind ihre Auslenkungen klein und man misst nur sechs bis sieben Signalperioden für jede Bewegungsrichtung. Dadurch ist auch eine eventuelle Verkippung der Plattenoberfläche am Reflektionspunkt des Messstrahls so gering, dass keine Abnahme der Signalamplitude zu beobachten ist. Die minimale Spannung der Oszillation liegt deutlich über 0 V, da der Messstrahl BM nach der Reflektion an der Glasplatte eine niedrigere Intensität besitzt als der Referenzstrahl MR. Bei destruktiver Interferenz zwischen beiden Strahlen kann der Messstrahl die Intensität des Referenzstrahls nicht vollständig kompensieren. In Kapitel 2.4 wurde festgestellt, dass durch die bei Belastung auftretende Krümmung der Oberfläche der beidseitig aufliegenden ZERODUR-Platte ein auf dieser angebrachter Spiegel zusätzliche, störende Verkippungen aufweisen kann. Diese können das Messergebnis verfälschen. Die hier beschriebene Messung zeigt, dass dieses Problem umgangen werden kann, wenn man die polierte Oberfläche der ZERODUR-Platte als Spiegel verwendet. Das Interferometer aus Abbildung 3.2 (a) mit all seinen Komponenten wird auch im Versuchsaufbau für die Messung der Verbiegung der ZERODUR-Platten verwendet. Beide Testmessungen für die einseitig eingespannte und die beidseitig aufliegende ZERODUR-Platte stehen nicht im Widerspruch zum Interferometrie-Formalismus aus Kapitel 2.3. Darüber hinaus zeigen sie, dass die in Kapitel 2.4 vorgeschlagenen Messvarianten funktionieren.

4. Versuchsaufbau

Dieses Kapitel behandelt die Entwicklung des Versuchsaufbaus. Dazu ist es zuerst notwendig zu wissen, welche Maße der ZERODUR-Platten für die Messungen besonders geeignet sind. Diese Maße werden in Abschnitt 4.1 ermittelt. Danach wird in Abschnitt 4.2 bestimmt, wie die ZERODUR-Platten im Versuchsaufbau befestigt werden sollen und wie die Kraft auf sie übertragen wird. Dazu werden auch Simulationen der Modelle für die realen Konstruktionen der einseitigen Einspannung und der beidseitig aufliegenden ZERODUR-Platten mit Autodesk Nastran In-CAD durchgeführt. Abschnitt 4.3 beschreibt die Verarbeitung des Messsignals der Kraft, mit der die ZERODUR-Platten belastet werden, und in Abschnitt 4.4 wird abschließend der vollständige Versuchsaufbau beschrieben.

4.1. Bestimmung der geeigneten Maße für die ZERODUR-Platten

Um den Versuchsaufbau entwickeln zu können, ist es zunächst notwendig, die Maße der für die Versuche geeigneten ZERODUR-Platten zu bestimmen. Dazu wird der Formalismus aus Kapitel 2.4 herangezogen. Damit man eine Vorstellung davon bekommt, welche Maße überhaupt geeignet sind, werden in der Arbeitsgruppe verwendete ZERODUR-Module miteinander verglichen. Deren Länge L , Breite b und Dicke d sind in Tabelle 4.1 angegeben. Es wird davon ausgegangen, dass die Module einseitig

L [mm]	b [mm]	d [mm]	Z/m [1/kg]
100	85	20	1,6
150	40	15	27,9
150	80	20	5,9
170	170	50	0,3
205	165	40	0,9

Tabelle 4.1.: Vergleich verschiedener ZERODUR-Module, die in der Arbeitsgruppe verwendet werden. Angegeben sind deren Maße: Länge L , Breite b und die Dicke d . Z/m ist die Periodenzahl pro kg Belastung bei einseitiger Einspannung der Module und senkrechtem Einfall des Messstrahls.

eingespannt sind und dass der Messstrahl des Interferometers senkrecht auf sie trifft. Dies entspricht der Situation in Abbildung 2.19 (b), für welche die mit dem Interferometer gemessene Periodenzahl pro kg Belastung Z/m durch Gleichung (2.78) gegeben

4. Versuchsaufbau

ist. Für eine hohe Genauigkeit der Messungen sollte Z/m möglichst groß sein. Die Kraft werde an der Außenkante der aus der Einspannung heraus stehenden Module übertragen. Der Spiegel MM zur Reflektion des Messstrahls BM sei ebenfalls nahe der Außenkante angebracht, so dass $x \approx x_F \approx L$ gilt. Dies ist in die Formel für Z/m einzusetzen, ebenso wie das Elastizitätsmodul $E = 90,3 \text{ GPa}$ von ZERODUR, welches im Datenblatt im Anhang, Kapitel A.3.1 angegeben ist. Damit erhält man für die verschiedenen Module die Periodenzahl pro kg Belastung Z/m in Tabelle 4.1. Es fällt auf, dass sie für das Modul mit Länge $L = 150 \text{ mm}$, Breite $b = 40 \text{ mm}$ und Dicke $d = 15 \text{ mm}$ am größten ist. Für den Grundtyp der bei den Messungen zum Einsatz kommenden ZERODUR-Platten sollen daher diese Länge und Breite verwendet werden. Um die Möglichkeit zu haben, verschiedene Messungen durchzuführen, die miteinander verglichen werden können, sollen Platten unterschiedlicher Dicke d verwendet werden.

4.1.1. Bestimmung der geeigneten Plattendicken mit Hilfe des Modells der einseitigen Einspannung

Bei der einseitigen Einspannung gibt es neben der Möglichkeit des senkrecht einfallenden Messstrahls aus Abbildung 2.19 (b) noch die Variante des parallel zur Oberfläche der ZERODUR-Platte verlaufenden Messstrahls, welche in Abbildung 2.19 (a) dargestellt ist. In beiden Fällen kommt es bei Belastung der Platte zu einer Verkippung der Wellenfront des Messstrahls. Dies führt ab einem bestimmten Verkippungswinkel θ_{\max} der Platte dazu, dass die Oszillation im Spannungssignal der Fotodiode verschwindet. Z_{\max} sei die maximal messbare Anzahl an Signalperioden bis dies eintritt. Über die Oszillation im Fotodiodensignal soll die Auslenkung der Platte bestimmt werden. Folglich sind die Messungen um so genauer, je größer Z_{\max} ist. Es wird nun überprüft, welche der beiden Varianten das größere Z_{\max} liefert. Im späteren Messaufbau sollen die gleiche Laserdiode und die gleiche Fotodiode zum Einsatz kommen, deren Daten im Interferometrie-Kapitel 2.3.2 verwendet wurden, um θ_{\max} zu bestimmen. Entsprechend gilt für θ_{\max} der in Gleichung (2.73) angegebene Wert von $\theta_{\max} = 2,943 \cdot 10^{-4}$. Bei den in der Arbeitsgruppe verwendeten ZERODUR-Modulen beträgt die Höhe h der Laserstrahlen über der Oberfläche der Module $h = 7 \text{ mm}$. Setzt man dies zusammen mit der Wellenlänge $\lambda_M = 780 \text{ nm}$ des Laserlichts und θ_{\max} in Gleichung (2.76) ein, so erhält man für die maximal messbare Periodenzahl bei parallel zur Oberfläche der ZERODUR-Platte verlaufendem Messstrahl $Z_{\max} = 5,3$. Setzt man dagegen λ_M , θ_{\max} und $x \approx x_F \approx L = 150 \text{ mm}$ in Gleichung (2.79) ein, so erhält man für die maximal messbare Periodenzahl bei senkrecht auf die Platte treffendem Messstrahl $Z_{\max} = 75,5$. Daher wird die Variante mit parallel zur Plattenoberfläche verlaufendem Messstrahl verworfen und es wird nur noch die einseitige Einspannung mit senkrecht auf die Platte treffendem Messstrahl weiter verfolgt.

Das für diese bestimmte Z_{\max} in die nach der Masse m umgestellte Gleichung (2.78) eingesetzt, ergibt die Masse m_{\max} in Abhängigkeit von der Plattendicke d . Die Oszillation im Spannungssignal der Fotodiode verschwindet, wenn die Belastung der Platte m_{\max} erreicht hat. In Abbildung 4.1 (a) ist m_{\max} in g über die Plattendicke d in mm

4. Versuchsaufbau

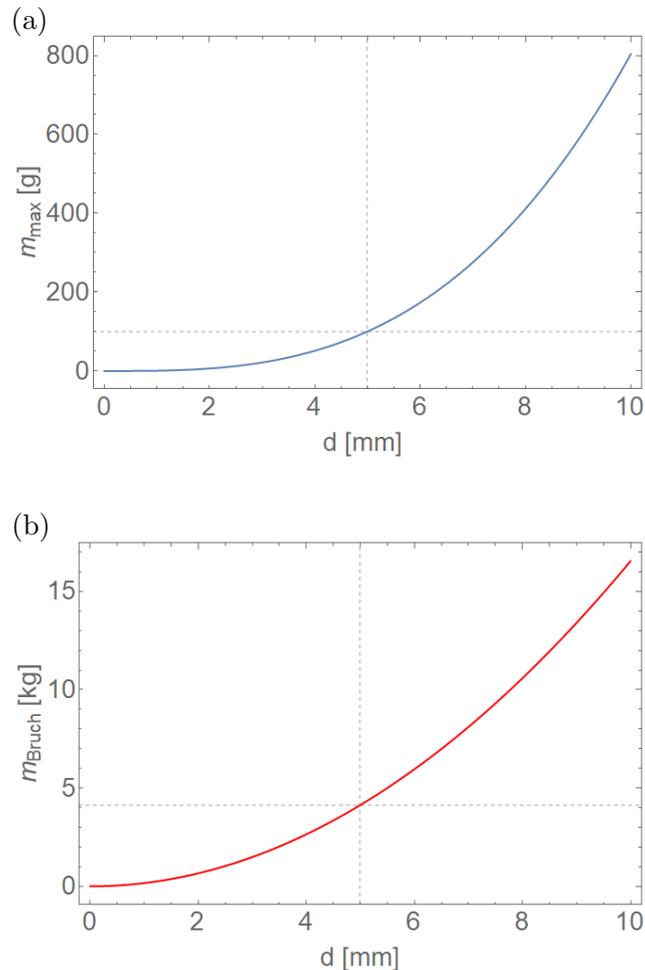


Abbildung 4.1.: Bestimmung der minimalen Dicke der ZERODUR-Platten über die Masse, mit der die Platten bei einseitiger Einspannung belastet werden können. (a) Masse m_{\max} , bei der die Oszillation im Fotodi-odensignal verschwindet, über die Plattendicke d aufgetragen. (b) Masse m_{Bruch} , bei der die Platten brechen, über die Plattendicke d aufgetragen.

aufgetragen. Je dicker die Platte ist, desto stärker muss diese belastet werden, um die gleiche Verkippung zu erhalten. Entsprechend nimmt m_{\max} mit steigendem d zu. Bei einer Dicke von $d = 5$ mm beträgt die Masse m_{\max} etwa 100 g. Damit die Masse, mit der die ZERODUR-Platte belastet wird, ausreichend hoch aufgelöst werden kann, sollte die Plattendicke nicht kleiner sein. Entsprechend wird die minimale Plattendicke auf 5 mm festgelegt.

Es bleibt zu überprüfen, ob die ZERODUR-Platten eine Belastung mit m_{\max} über-

4. Versuchsaufbau

haupt aushalten und nicht zerbrechen, bevor m_{\max} erreicht ist. Die maximale Belastbarkeit der Platten ist gegeben durch die Zugspannung σ_{Bruch} , bei der das ZERODUR, aus dem die Platten bestehen, bricht. Diese Zugspannung ist im Datenblatt von ZERODUR im Anhang, Kapitel A.3.1 für verschiedene ZERODUR-Klassen angegeben. Die für die Platten verwendete Klasse DK1 ist allerdings nicht aufgeführt. Daher wird zur Sicherheit für die Berechnungen der niedrigste angegebene Wert von

$$\sigma_{\text{Bruch}} = 36,5 \text{ MPa} \quad (4.1)$$

verwendet. Das Drehmoment $D_F(x)$ des einseitig eingespannten Balkens aus Gleichung (2.25) ist in die Gleichung (2.11) der allgemeinen Beschreibung für die Zugspannung σ einzusetzen. In dieser ist zudem die Kraft F über die Masse m durch $F = m \cdot g$ auszudrücken, mit der Fallbeschleunigung $g = 9,81 \text{ N/kg}$. Die Zugspannung σ ist an der Plattenoberfläche bei $z_B = d/2$ und an der Einspannstelle $x = 0$ am größten, da dort die Platten am stärksten gedehnt werden. Zudem werden die Platten, wie oben beschrieben, an der Außenkante belastet, so dass $x_F \approx L = 150 \text{ mm}$ gilt. Diese Werte sind in den gewonnenen Ausdruck für σ einzusetzen, der dann mit σ_{Bruch} gleich gesetzt werden muss. Stellt man nach der Masse m um, so erhält man die Masse m_{Bruch} in Abhängigkeit von der Plattendicke d . Werden die Platten mit der Masse m_{Bruch} belastet, so brechen sie an der Einspannstelle auseinander. In Abbildung 4.1 (b) ist m_{Bruch} in kg über die Plattendicke d in mm aufgetragen. Je dicker die Platte ist, desto größer muss die Belastung sein, damit sie bricht. Entsprechend nimmt m_{Bruch} mit steigendem d zu. Bei der bestimmten minimalen Plattendicke von $d = 5 \text{ mm}$ beträgt m_{Bruch} etwa 4 kg. Die Oszillation im Fotodiodensignal verschwindet nach Abbildung 4.1 (a) für die gleiche Dicke bei einer Masse m_{\max} von 100 g. Ohne die Oszillation kann die weitere Verbiegung der Platte bei Erhöhung der Belastung nicht bestimmt werden. Folglich ist eine Belastung mit einer Masse, die größer ist als m_{\max} , sinnlos. Da m_{Bruch} größer ist als m_{\max} , tritt dieser Fall ein, bevor die Platte bricht. Auf diese Weise ist eine Beschädigung der Platte während der Messungen unwahrscheinlich und die minimale Plattendicke von 5 mm ist zulässig.

Nun ist die maximale Dicke der Platten zu bestimmen. Gleichung (2.78) gibt die Periodenzahl pro kg Belastung Z/m in Abhängigkeit der Dicke d an und in Abbildung 4.2 ist Z/m in kg^{-1} über d in mm geplottet. Wird die Plattendicke d vergrößert, so biegt sich die Platte bei gleicher Belastung mit 1kg weniger stark durch. Folglich sinkt auch die Anzahl der mit dem Interferometer gemessenen Signalperioden und Z/m fällt mit steigendem d ab. Bei $d = 20 \text{ mm}$ ist Z/m etwa 12 kg^{-1} . Wie bereits erwähnt, sollte für eine genaue Messung der Verbiegung der Platten Z/m möglichst groß sein. Um ein weiteres Absinken von Z/m zu verhindern, wird die maximale Dicke der Platten auf 20 mm festgelegt.

Für die Messungen soll neben der 5 mm dicken und der 20 mm dicken Platte noch eine Platte mit der mittleren Dicke von 10 mm verwendet werden. In Abbildung 4.3 sind m_{Bruch} und m_{\max} in kg über d in mm aufgetragen. Deutlich ist zu erkennen, dass für den gesamten Bereich von $d = 5 \text{ mm}$ bis $d = 20 \text{ mm}$ m_{Bruch} größer als m_{\max} ist. Eine Zerstörung der Platten während der Messungen ist demnach besonders für die 10 mm dicke und die 20 mm dicke Platte unwahrscheinlich.

4. Versuchsaufbau

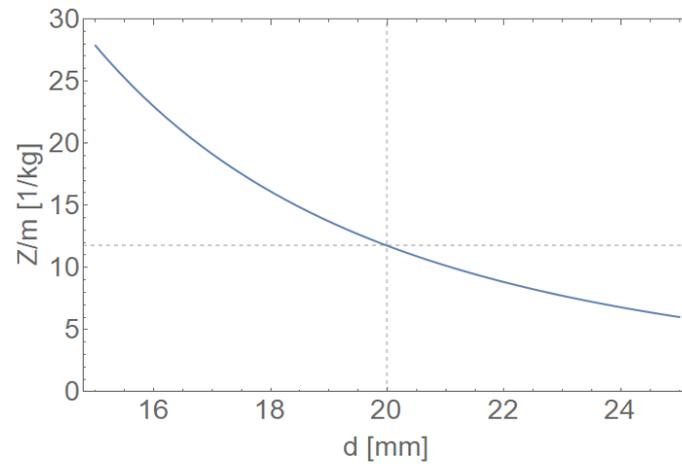


Abbildung 4.2.: Bestimmung der maximalen Dicke der ZERODUR-Platten über die Periodenzahl pro kg Belastung Z/m bei einseitiger Einspannung, welche gegen die Plattendicke d aufgetragen ist.

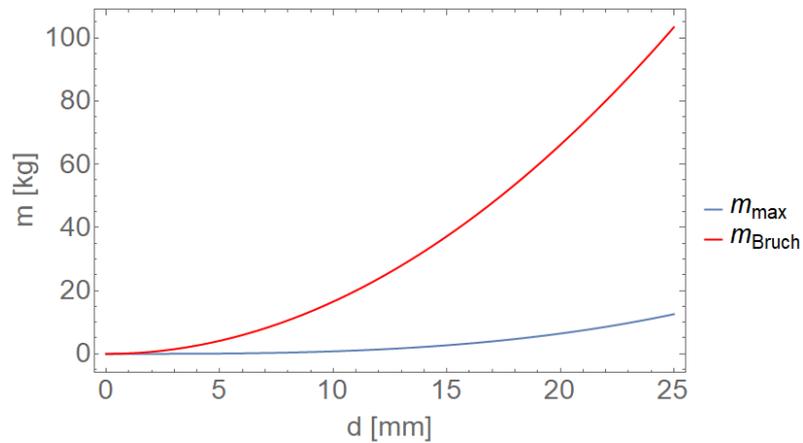


Abbildung 4.3.: Die Masse m_{\max} , bei der die Oszillation im Fotodiodensignal verschwindet, und die Masse m_{Bruch} , bei der die ZERODUR-Platte zerbricht, über die Plattendicke d aufgetragen. Beides für den Fall der einseitig eingespannten Platte.

4.1.2. Korrektur der Plattenlänge für die beidseitig aufliegenden ZERODUR-Platten

Abschließend ist zu überprüfen, ob die gewonnenen Maße auch für den Fall der beidseitig aufliegenden ZERODUR-Platten geeignet sind. Dieser ist in Abbildung 2.19 (c) dargestellt. Dabei wird davon ausgegangen, dass der Spiegel MM zur Reflektion des Messstrahls BM nahe der Plattenmitte angebracht ist, so dass $x \approx L/2$ gilt. Zudem tritt in der Mitte der Platte keine Verkipfung auf und es ist $\theta \approx 0$, was eine Betrachtung von m_{\max} überflüssig macht. Gleichung (2.82) gibt die Periodenzahl pro kg Belastung Z/m in Abhängigkeit von der Plattendicke d für die beidseitig aufliegenden ZERODUR-Platten an. In diese Gleichung sind x und die oben bestimmte Länge $L = 150$ mm der Platten einzusetzen. Abbildung 4.4 zeigt den Graphen von Z/m in

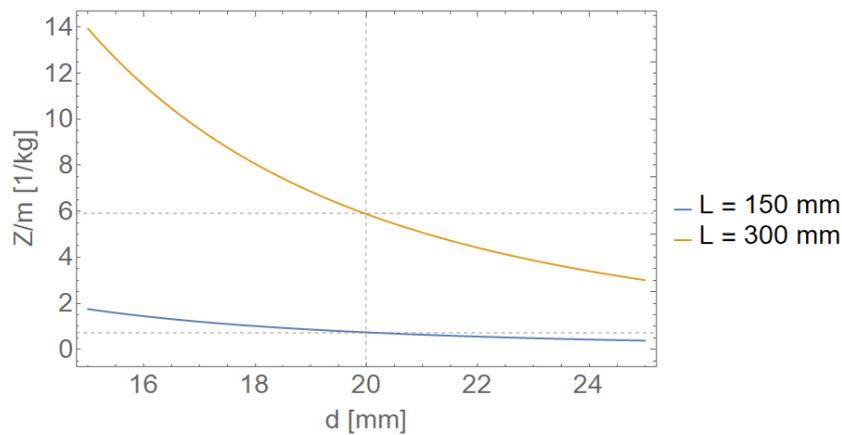


Abbildung 4.4.: Die Periodenzahl pro kg Belastung Z/m im Fall der beidseitig aufliegenden ZERODUR-Platten für zwei verschiedene Plattenlängen $L = 150$ mm und $L = 300$ mm über die Plattendicke d aufgetragen.

kg^{-1} für $L = 150$ mm, aufgetragen über die Plattendicke d in mm. Z/m beträgt für die maximale Dicke von $d = 20$ mm nur $0,7 \text{ kg}^{-1}$. Dieser Wert ist mehr als zehn mal geringer als bei der einseitigen Einspannung. Der Grund dafür ist die unterschiedliche Länge des Hebelarms der auf die Platten wirkenden Kraft. Bei den beidseitig aufliegenden Platten wird die Kraft auf die Plattenmitte ausgeübt und der Hebelarm ist der Abstand zwischen einer der Auflagekanten und der Plattenmitte. Dieser Abstand ist gerade die Hälfte der Plattenlänge $L = 150$ mm zwischen den Auflagekanten. Bei der einseitigen Einspannung wird die Kraft dagegen auf die Außenkanten der Platten übertragen und als Hebel dient die gesamte Länge der Platten. Entsprechend ist bei gleicher Belastung im beidseitig aufliegenden Fall die Bewegung der Platten geringer als im einseitig eingespannten Fall. Dies wird umgangen, indem für die beidseitig aufliegenden Platten die Plattenlänge von 150 mm auf $L = 300$ mm verdoppelt wird. Der Graph von Z/m für diese Länge ist ebenfalls in Abbildung 4.4 dargestellt. Bei der Plattendicke $d = 20$ mm beträgt Z/m nun etwa 6 kg^{-1} .

4. Versuchsaufbau

Auf die gleiche Weise wie bei der einseitigen Einspannung kann auch für die beidseitig aufliegenden ZERODUR-Platten die Masse m_{Bruch} , bei der die Platten brechen, in Abhängigkeit von der Plattendicke d bestimmt werden. Dazu ist die Gleichung (2.27) des Drehmoments $D_F(x)$ des beidseitig aufliegenden Balkens in die Gleichung (2.11) der Zugspannung σ einzusetzen. Die Kraft wird auf die Mitte der Platten ausgeübt. Somit ist die Zugspannung σ auf der Plattenunterseite bei $z_B = -d/2$ und in der Mitte der Platten bei $x = L/2$ am größten, da die Platten dort am stärksten gedehnt werden. Abbildung 4.5 zeigt die Graphen von m_{Bruch} in kg für den einseitig eingespannten Fall

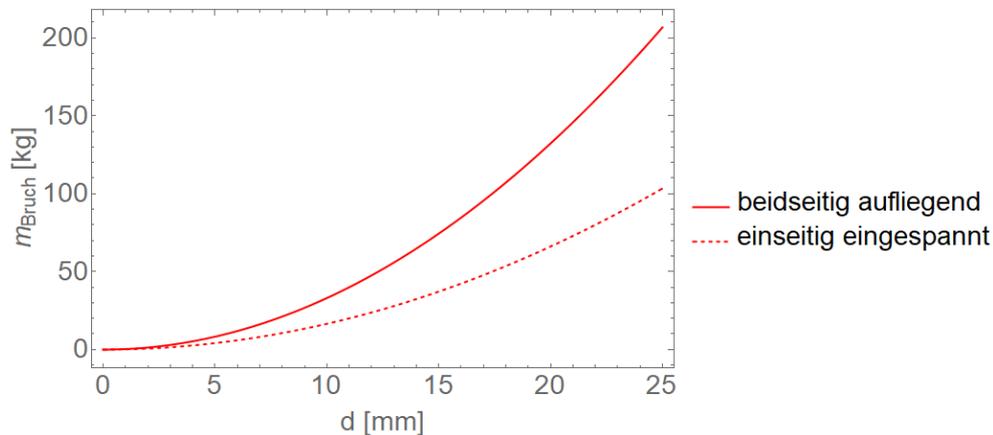


Abbildung 4.5.: Massen m_{Bruch} , bei denen die einseitig eingespannten und die beidseitig aufliegenden ZERODUR-Platten brechen, gegen die Plattendicke d aufgetragen.

mit $L = 150$ mm und für den Fall der beidseitig aufliegenden Platten mit $L = 300$ mm, aufgetragen über d in mm. Es fällt auf, dass für die drei bestimmten Plattendicken (5 mm, 10 mm und 20 mm) die maximale Belastbarkeit der beidseitig aufliegenden Platten sogar noch größer ist als für die einseitig eingespannten Platten.

Anhand dieser Überlegungen sollen drei Platten mit gleicher Länge $L = 300$ mm und Breite $b = 40$ mm aber unterschiedlichen Dicken d von 5 mm, 10 mm und 20 mm hergestellt werden. Die Platten können beidseitig auf Kanten gelegt werden, um die Messungen für den beidseitig aufliegenden Fall durchzuführen. Für die Messungen bei einseitiger Einspannung sind die Platten so zu befestigen, dass der aus der Einspannung herausragende Teil eine effektive Länge von etwa 150 mm besitzt. Die Maße der hergestellten, realen ZERODUR-Platten weichen bezüglich der Plattendicke d etwas von den idealen Werten ab. Sie sind in Tabelle 4.2 angegeben. L wurde mit einem Lineal, b mittels Schiebelehre und d über eine Mykrometerschraube bestimmt. Der Fehler von L ergibt sich aus der Skalierung des Lineals von 0,5 mm. Die Breite b und die Dicke d wurden an verschiedenen Stellen der Platten gemessen. Sie ergeben sich aus dem Mittelwert der jeweiligen Messwerte und ihr Fehler ist die Standardabweichung der Messwerte.

4. Versuchsaufbau

L [mm]	b [mm]	d [mm]
$300 \pm 0,5$	$40 \pm 0,002$	$5,23 \pm 0,03$
$300 \pm 0,5$	$40 \pm 0,002$	$10,32 \pm 0,02$
$300 \pm 0,5$	$40 \pm 0,002$	$20,4 \pm 0,02$

Tabelle 4.2.: Maße der hergestellten ZERODUR-Platten: Länge L , Breite b und die Dicke d .

4.2. Entwurf der Vorrichtung zur Kraftübertragung

Dieser Abschnitt befasst sich mit der Entwicklung der Vorrichtung zur Kraftübertragung auf die ZERODUR-Platten. Dazu muss zunächst geklärt werden, wie die Platten im Versuchsaufbau befestigt werden sollen. Nach der bisherigen Betrachtung gibt es dafür zwei Möglichkeiten, einmal die Platten einseitig einzuspannen oder sie mit je einem Ende auf eine Kante zu legen. Diese beiden Varianten sollen im Folgenden durch Simulationen mit Autodesk Nastran In-CAD auf ihre Anwendbarkeit überprüft werden.

4.2.1. Simulationen für die einseitige Einspannung

Zunächst wird die einseitige Einspannung behandelt. Abbildung 4.6 zeigt die dafür entwickelten Simulationsmodelle. Damit der reale Aufbau in Abbildungsteil (b) möglichst genau simuliert werden kann, ist es nötig zu wissen, wie fein das Gitter der Finiten Elemente eingestellt werden muss. Um dies zu bestimmen, wurde ein idealisiertes Modell verwendet, welches in Abbildungsteil (a) gezeigt ist. Es ist eine ZERODUR-Platte mit im vorherigen Abschnitt 4.1 bestimmten, idealen Maßen für die einseitige Einspannung. Sie hat die Breite $b = 40$ mm, die Länge $L = 150$ mm und die Dicke $d = 10$ mm. Die grün markierte Fläche an einem Ende der Platte wird als fixiert betrachtet und die gegenüberliegende Außenkante im Abstand $x_F = L = 150$ mm wird gleichmäßig mit der Kraft \vec{F} belastet. So kann davon ausgegangen werden, dass für dieses Modell die theoretische Beschreibung der Balkenverbiegung aus Kapitel 2.1 für den einseitig eingespannten Balken zutrifft.

Nun wurden Simulationen mit variierender Größe der Gitterelemente bei gleich bleibender Belastung mit 1kg ($F = 9,81$ N) durchgeführt. Über den Vergleich der Simulationsergebnisse mit der theoretischen Beschreibung kann dann die geeignete Gitterelementgröße bestimmt werden, da für diese die Abweichung zwischen Simulation und Theorie möglichst klein sein sollte. Die erhaltenen Simulationsergebnisse sind in Abbildung A.1 im Anhang, Kapitel A.1 dargestellt. Darin zeigt Teil (a) die Biegelinie pro kg Belastung $z(x)/m$ in $\mu\text{m}/\text{kg}$, aufgetragen über den Abstand x in mm zur fixierten Außenfläche bei $x = 0$. Der theoretische Graph wird schwarz gestrichelt angegeben und die Simulationsergebnisse für die verschiedenen Gitterelementgrößen in mm sind in unterschiedlichen Farben dargestellt. Die Differenzen zwischen der Theorie und den Simulationen sind zu klein, um sie aus dieser Abbildung abzulesen. Daher ist in Teil

4. Versuchsaufbau

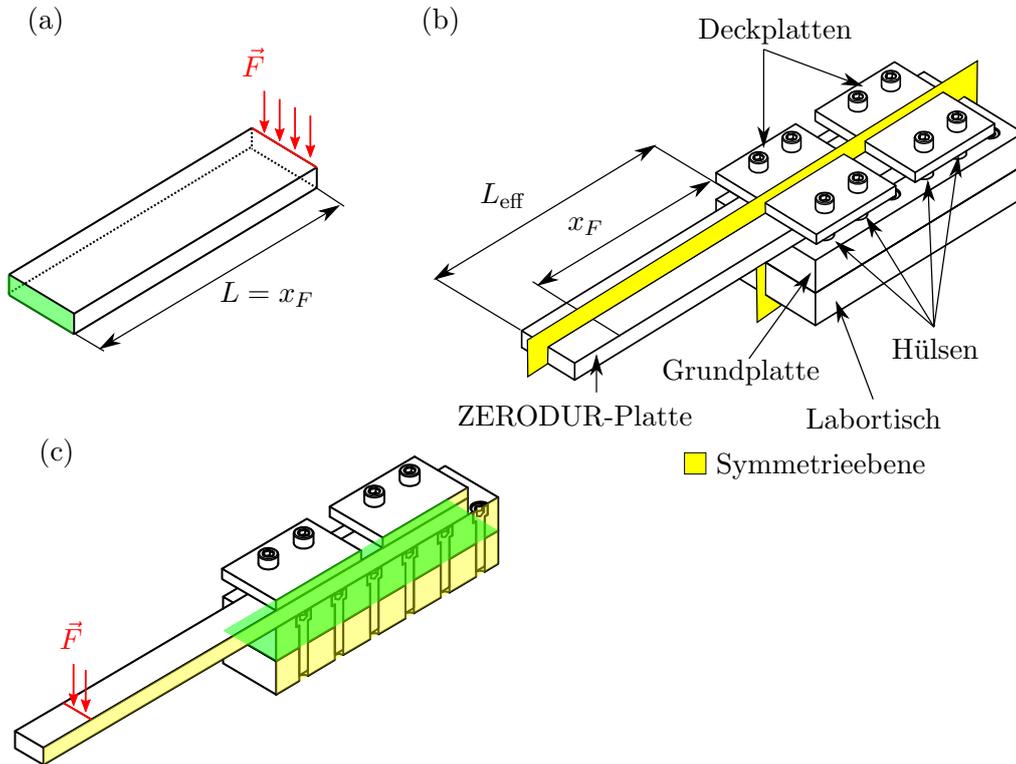


Abbildung 4.6.: Modelle für die Testsimulationen der einseitigen Einspannung. (a) Idealisierendes Modell mit einer ZERODUR-Platte der Breite $b = 40$ mm, Länge $L = 150$ mm und Dicke $d = 10$ mm. Die grün markierte Fläche wird als fixiert betrachtet und die Kraft \vec{F} wird gleichmäßig auf die gegenüberliegende Außenkante im Abstand $x_F = L = 150$ mm übertragen. (b) Reales Modell mit einer ZERODUR-Platte der Breite $b = 40$ mm, Länge $L = 300$ mm und Dicke $d = 10,32$ mm. Diese wird so zwischen zwei Deckplatten und einer Grundplatte eingespannt, dass das heraus stehende Ende eine effektive Länge $L_{\text{eff}} = 164,5$ mm besitzt. Die Kraft \vec{F} wird im Abstand $x_F = 130,5$ mm zu der Einspannung ausgeübt. Es gilt die eingezeichnete Symmetrieebene. (c) Durch Ausnutzung der Symmetrieebene, lässt sich der Aufbau für die Simulationen auf die Hälfte reduzieren. Die grün markierte Oberfläche des Labortisches wird als fixiert betrachtet.

4. Versuchsaufbau

(b) die Abweichung der Simulationen von der Theorie in $\mu\text{m}/\text{kg}$ über die Position x in mm geplottet. Diese Abweichung wird bestimmt, indem in (a) vom Graph der Simulation für die jeweilige Gitterelementgröße der theoretische Graph subtrahiert wird. Teil (c) zeigt die relative Abweichung der Simulationen von der Theorie. Dazu wurde der Graph jeder Simulation aus (b) durch den Betrag des zugehörigen Graphen aus (a) dividiert. Bei einer Gitterelementgröße von 6 mm und 5 mm (die beiden Graphen sind nahezu deckungsgleich) beträgt die relative Abweichung in ausreichend großem Abstand x von der fixierten Außenfläche nur etwa 1 %. Größere Simulationsgitter ergeben eine größere Abweichung.

Für eine möglichst genaue Simulation der realen einseitigen Einspannung wird die Elementgröße des Simulationsgitters daher auf einen Wert kleiner oder gleich 6 mm eingestellt. Das Modell für die Simulation ist in Abbildung 4.6 (b) dargestellt. Auf den Labortisch wird eine Grundplatte geschraubt, die die ZERODUR-Platte auf Abstand zum Labortisch hält. Die ZERODUR-Platte wird zwischen der Grundplatte und zwei Deckplatten eingespannt. Dazu werden letztere auf Hülsen geschraubt, welche in die Grundplatte gesteckt sind. Die Hülsen sind genau so lang gefertigt, dass sie bündig mit der Oberfläche der ZERODUR-Platte abschließen. Auf diese Weise wird verhindert, dass die ZERODUR-Platte beim Anziehen der Deckplatten zerdrückt wird. Die Schrauben reichen dabei durch die Hülsen und die Grundplatte bis hinunter in den Labortisch und die ZERODUR-Platte hat realistische Maße mit der Breite $b = 40$ mm, der Länge $L = 300$ mm und der Dicke $d = 10,32$ mm. Sie wird so befestigt, dass der aus der Einspannung heraus stehende Teil eine effektive Länge von $L_{\text{eff}} = 164,5$ mm besitzt. Die Kraft \vec{F} wird im Abstand $x_F = 130,5$ mm von der Einspannung auf die ZERODUR-Platte übertragen. So erhält man einen ausreichend großen Bereich zwischen der Linie der Kraftausübung mit Abstand x_F zur Einspannung und der Außenkante, in dem der Spiegel zur Reflektion des Messstrahls angebracht werden kann. Bis auf die ZERODUR-Platte und den Labortisch bestehen alle Komponenten des Aufbaus aus Aluminium, während der Labortisch aus Edelstahl ist. Der Aufbau besitzt die in Abbildung 4.6 (b) eingezeichnete Symmetrieebene. Diese kann in Autodesk Nastran In-CAD ausgenutzt werden und es ist möglich das Modell entlang der Ebene aufzuteilen, so dass nur noch die Hälfte betrachtet werden muss. Abbildung 4.6 (c) zeigt das entsprechend vereinfachte Modell, wodurch die Rechenzeit der Simulationen verkürzt wird. Die grün markierte Oberfläche des Labortischs wird als fixiert betrachtet. Für die Simulation wird die ZERODUR-Platte im Abstand x_F von der Einspannung mit 1kg ($F = 9,81$ N) belastet. Zu beachten ist, dass in der theoretischen Beschreibung die Plattenlänge L durch die effektive Plattenlänge L_{eff} ersetzt werden muss.

In Abbildung 4.7 sind die Simulationsergebnisse dargestellt, welche jeweils über den Abstand x in mm vom eingespannten Ende der ZERODUR-Platte aufgetragen sind. Teil (a) zeigt die Biegelinie pro kg Belastung $z(x)/m$ in $\mu\text{m}/\text{kg}$, wobei die theoretische Beschreibung schwarz gestrichelt und das Simulationsergebnis blau dargestellt sind. Es ist eine deutliche Abweichung der Simulation von der Theorie zu erkennen, die in Abbildungsteil (b) explizit berechnet wurde. Die Berechnung erfolgte auf die gleiche Weise wie das bereits oben, bei der Bestimmung der geeigneten Gitterelement-

4. Versuchsaufbau

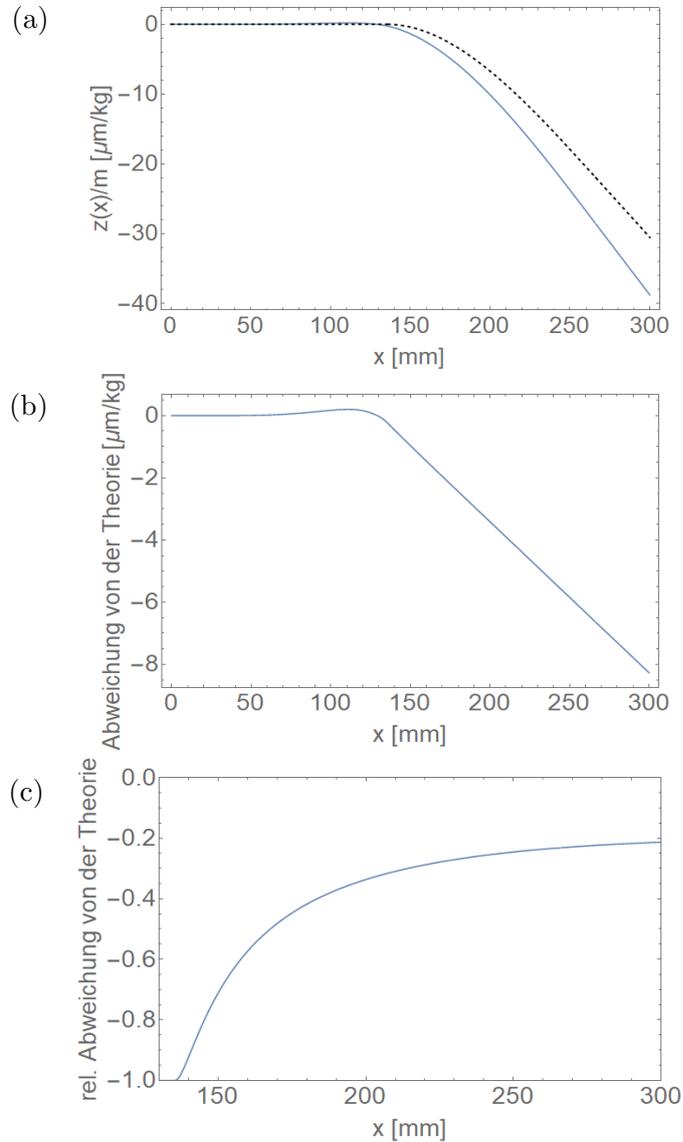


Abbildung 4.7.: Simulationsergebnisse für das Modell der realen, einseitig eingespannten ZERODUR-Platte aus Abbildung 4.6 (c) bei Belastung mit 1kg. Die Ergebnisse werden jeweils über die Position x in mm aufgetragen. Abbildungsteil (a): Biegelinie pro kg Belastung $z(x)/m$ der Platte in $\mu\text{m}/\text{kg}$. Der theoretische Graph wird schwarz gestrichelt und das Simulationsergebnis wird blau dargestellt. Abbildungsteil (b): Differenz zwischen dem Simulationsergebnis und der Theorie aus Teil (a) in $\mu\text{m}/\text{kg}$. Abbildungsteil (c): Relative Abweichung zwischen Simulation und Theorie aus Teil (a).

4. Versuchsaufbau

größe, beschrieben ist. Dabei fällt auf, dass die Abweichung vor der Einspannstelle bei $x = 135,5$ mm von Null verschieden ist und ansteigt. Das hängt damit zusammen, dass bei Kraftausübung auf die ZERODUR-Platte diese als Hebel wirkt, der die vordere Deckplatte der Einspannung nach oben durch biegt. Aufgrund dieser Weitung der Einspannung, bewegt sich der aus ihr heraus stehende Teil der ZERODUR-Platte in der Simulation weiter nach unten als die Theorie vorhersagt. Um einen Einfluss der gewählten Gitterelementgröße auf die Abweichung auszuschließen, wurde bei der Simulation zur Sicherheit die kleinste einstellbare Elementgröße von 1,23 mm verwendet. Abbildung 4.7 (c) zeigt die relative Abweichung zwischen Simulation und Theorie. Auch für diese wurde die Vorgehensweise zur Berechnung bereits oben bei der Bestimmung der geeigneten Gitterelementgröße behandelt. Die relative Abweichung ist durchweg größer als 20 %.

4.2.2. Simulationen für die beidseitig aufliegenden ZERODUR-Platten

Es bleibt zu überprüfen, ob die Variante der beidseitig aufliegenden ZERODUR-Platte für den Messaufbau geeignet ist. Dazu wurde auf die gleiche Weise vorgegangen wie bei der einseitigen Einspannung. Abbildung 4.8 stellt die verwendeten Simulationsmodelle dar. Teil (a) zeigt das ideale Modell zur Bestimmung der geeigneten Gitterelementgröße. Diese wird dann für die Simulation des realen Aufbaus in Teil (b) übernommen. In (a) wird eine ZERODUR-Platte mit idealen Abmessungen verwendet, die im vorherigen Abschnitt 4.1 für die beidseitig aufliegende Platte bestimmt wurden. Sie besitzt die Breite $b = 40$ mm, die Länge $L = 300$ mm und die Dicke $d = 10$ mm. Mittig, im Abstand $x_F = L/2 = 150$ mm von den Außenkanten, wird die Kraft \vec{F} auf die Platte übertragen. Die grün markierten Außenkanten werden als Auflagekanten verwendet. Sie können daher keine vertikale Bewegung, parallel zur Kraftrichtung durchführen. In Folge der Krafteinwirkung kommt es zu einer vertikalen Durchbiegung der ZERODUR-Platte und damit auch zu einer horizontalen Verkürzung entlang der Längsseite L der Platte. Entsprechend müssen sich die Außenkanten horizontal bewegen können, was durch die grünen Pfeile symbolisiert wird. Die Simulationsergebnisse für die verschiedenen Gitterelementgrößen befinden sich in Abbildung A.2 im Anhang, Kapitel A.1. Die Graphen stellen die gleichen physikalischen Größen zueinander in Beziehung und sie wurden auf die gleiche Weise gewonnen, wie das bereits für die einseitige Einspannung beschrieben wurde. Zu beachten ist, dass die Position x hier der Abstand zu einer der beiden Auflagekanten ist. Da die Belastung der ZERODUR-Platte entlang der Plattenmitte erfolgt, handelt es sich zudem um ein symmetrisches Problem und die Daten werden nur bis zur Position $x = x_F = 150$ mm der Plattenmitte dargestellt. Für die Positionen x , für die $x_F < x \leq L$ gilt, sind die Graphen einfach an der Achse $x = x_F$ zu spiegeln. Die relative Abweichung der Simulation von der Theorie in Abbildung A.2 (c) beträgt für eine Gitterelementgröße von 2 mm und in ausreichend großem Abstand x von der Auflagekante nur etwa 0,3 %. Größere Simulationsgitter ergeben eine größere Abweichung der Simulation von der Theorie.

Für die Simulationen des realistischen Modells der beidseitig aufliegenden ZERODUR-Platte wird daher eine Gitterelementgröße von 2 mm verwendet. Dieses Modell ist in

4. Versuchsaufbau

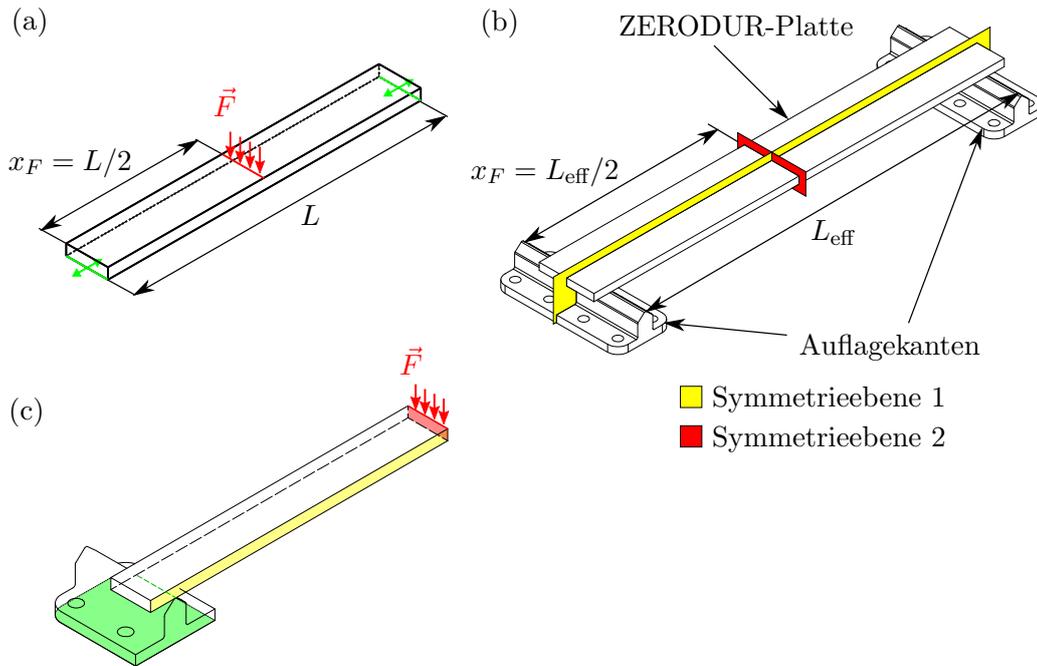


Abbildung 4.8.: Modelle für die Testsimulationen der beidseitig aufliegenden ZERODUR-Platte. (a) Idealisiertes Modell mit einer ZERODUR-Platte der Breite $b = 40$ mm, Länge $L = 300$ mm und Dicke $d = 10$ mm. Die grün markierten Außenkanten können sich nur horizontal entlang der Längsseite L bewegen. Gleichmäßig entlang der Plattenmitte wird die Kraft \vec{F} übertragen. (b) Reales Modell mit einer ZERODUR-Platte der Breite $b = 40$ mm, Länge $L = 300$ mm und Dicke $d = 5,23$ mm, welche beidseitig auf zwei Kanten gelegt ist. Die effektive Plattenlänge zwischen den Auflagekanten beträgt $L_{\text{eff}} = 275$ mm und die Kraft \vec{F} wird mittig im Abstand $x_F = L_{\text{eff}}/2 = 137,5$ mm von den Auflagekanten ausgeübt. Es gelten die eingezeichneten Symmetrieebenen. (c) Durch Ausnutzung der Symmetrieebenen lässt sich der Aufbau für die Simulationen auf ein Viertel reduzieren. Die grün markierte Fläche der Auflagekanten wird als fixiert betrachtet.

4. Versuchsaufbau

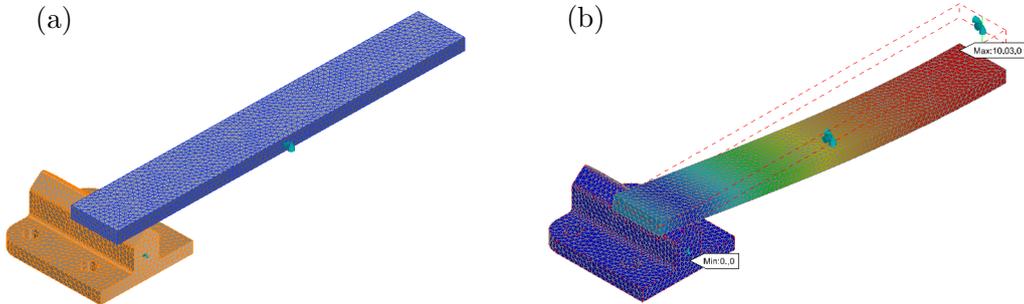


Abbildung 4.9.: Simulation des realen Modells für die beidseitig aufliegende ZERODUR-Platte aus Abbildung 4.8 (c) in Autodesk Nastran In-CAD. Abbildungsteil (a) zeigt das Modell mit dem Gitter der finiten Elemente. (b) Simulationsergebnis der Durchbiegung der ZERODUR-Platte. Die vertikale Verschiebung wird über einen Farbcode dargestellt mit einem Übergang von Rot (größte Verschiebung) nach Blau (keine Verschiebung).

Abbildung 4.8 (b) dargestellt. Verwendet wird die dünnste, reale ZERODUR-Platte mit Breite $b = 40$ mm, Länge $L = 300$ mm und Dicke $d = 5,23$ mm. Sie wird auf zwei Kanten aus Titan gelegt, welche zueinander einen Abstand von 275 mm besitzen. Folglich beträgt auch die effektive Länge L_{eff} der ZERODUR-Platte zwischen den beiden Auflagekanten 275 mm. Anders als in der theoretischen Beschreibung der Balkenverbiegung laufen die realen Auflagekanten im Modell nicht spitz zu, sondern sind mit einem Radius von 1 mm abgerundet. Sonst könnten die ZERODUR-Platten im späteren Versuchsaufbau bei Kraftausübung beschädigt werden. Die Kraft \vec{F} wird gleichmäßig entlang der Plattenmitte, im Abstand $x_F = L_{\text{eff}}/2 = 137,5$ mm von den Auflagekanten übertragen. Damit ergeben sich die in Abbildung 4.8 (b) farblich markierten Symmetrieebenen. Diese können in Nastran angegeben werden, so dass es möglich ist, das Modell entlang der Ebenen aufzuteilen und auf ein Viertel zu reduzieren. Abbildungsteil (c) zeigt das entsprechend vereinfachte Modell. Dadurch wird die Rechenzeit der Simulationen erheblich verringert. Die Auflagekanten sollen im Versuchsaufbau auf den Labortisch geschraubt werden. Deshalb wird im Modell die grün markierte Unterseite der Auflagekanten als fixiert betrachtet.

Abbildung 4.9 zeigt das Modell im Programm Autodesk Nastran In-CAD. In Teil (a) ist es mit eingezeichnetem Gitter der finiten Elemente dargestellt, wobei für unterschiedliche Materialien unterschiedliche Farben verwendet werden (in diesem Fall Orange für Titan und Blau für ZERODUR). Teil (b) stellt das Simulationsergebnis der Ortsverschiebung übertrieben graphisch dar, wobei die realen Werte über einen Farbcode symbolisiert sind. Dabei steht die Farbe Rot für die größte Verschiebung während Blau eine Verschiebung von Null anzeigt. Die Simulation wurde für verschiedene Kräfte wiederholt. Interessant ist, ob die Abrundung der Auflagekanten zu einer

4. Versuchsaufbau

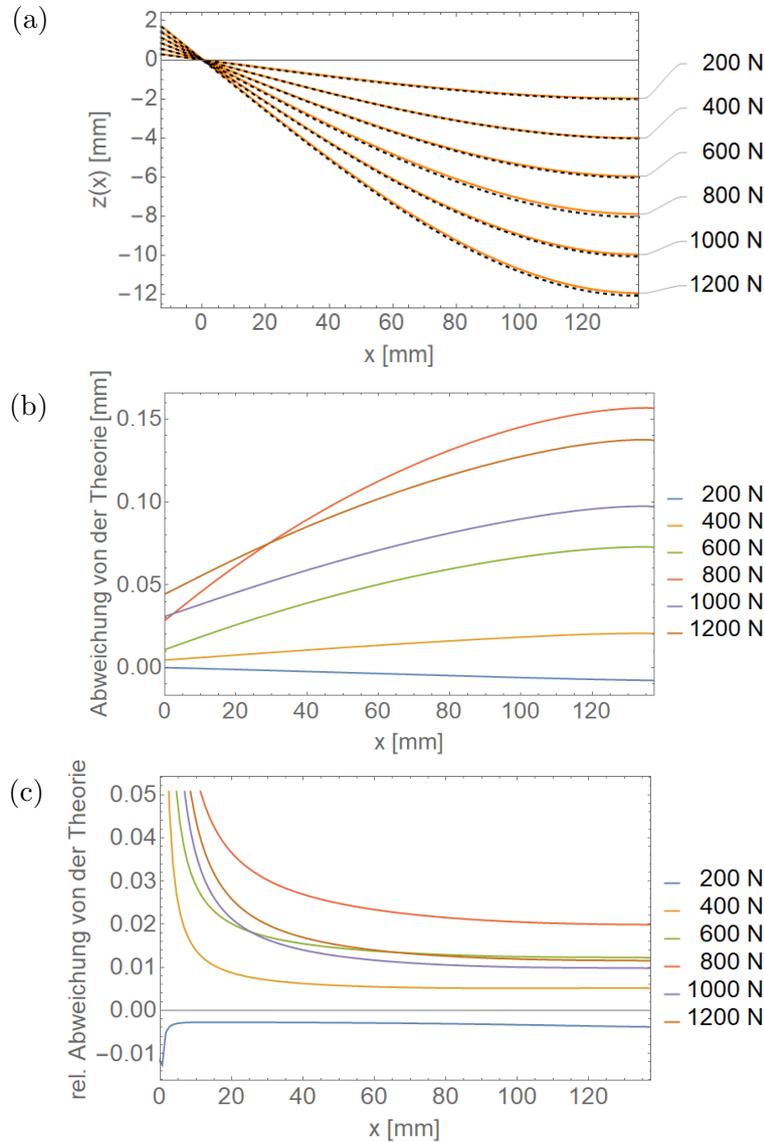


Abbildung 4.10.: Simulationsergebnisse für das Modell der realen, beidseitig aufliegenden ZERODUR-Platte aus Abbildung 4.8 (c) bei Belastung mit verschiedenen Kräften. Die Ergebnisse werden jeweils über die Position x in mm aufgetragen. Abbildungsteil (a): Biegelinie $z(x)$ der Platte in mm. Der theoretische Graph wird schwarz gestrichelt und die Simulationsergebnisse werden orange dargestellt. Abbildungsteil (b): Differenz zwischen dem Simulationsergebnis und der Theorie aus Teil (a) in mm. Abbildungsteil (c): Relative Abweichung zwischen Simulation und Theorie aus Teil (a).

4. Versuchsaufbau

Abweichung von der Theorie führt. Diese Abweichung wäre dann auch für die späteren Messungen zu erwarten. Wenn sich die Platte bei Belastung durchbiegt, folgt deren Unterseite der Krümmung an den Auflagekanten. Dadurch kann es vorkommen, dass sich die Platte bei Belastung nicht auf die Weise verbiegt wie die theoretische Beschreibung vorhersagt. Der Effekt sollte um so deutlicher sein, je stärker die Durchbiegung der Platte ist, also bei kleinen Plattendicken und großem Betrag der Kraft \vec{F} . Folglich wurde für die Simulationen die dünnste ZERODUR-Platte gewählt und es wurden Kräfte übertragen, die viel größer sind als die Kräfte, die bei den späteren Messungen zum Einsatz kommen sollen. Zu beachten ist, dass in der theoretischen Beschreibung die Plattenlänge L durch die effektive Plattenlänge L_{eff} ersetzt werden muss.

Abbildung 4.10 zeigt die Graphen der Simulationsergebnisse. In Teil (a) ist die Biegelinie $z(x)$ der Platte in mm über den Abstand x von einer der beiden Auflagekanten in mm aufgetragen. Aufgrund der Symmetrieebene entlang der Plattenmitte (vergleiche mit Abbildung 4.8 (b)) werden die Daten nur bis zur Position dieser Ebene bei $x = x_F = L_{\text{eff}}/2 = 137,5$ mm geplottet. Für die Positionen x , für die $x_F < x \leq L_{\text{eff}}$ gilt, sind die Graphen einfach an der Achse $x = x_F$ zu spiegeln. Die theoretische Beschreibung ist schwarz gestrichelt und die Simulationsergebnisse werden in orange dargestellt, beides jeweils für die verschiedenen Kräfte in N. Die Differenzen zwischen Theorie und Simulationen sind jedoch zu klein, um sie aus diesen Graphen abzulesen. Daher sind in Abbildung 4.10 (b) die Abweichung in mm und in (c) die relative Abweichung zwischen den Simulationen und der Theorie über die Position x in mm aufgetragen. Die Graphen sind dabei auf die gleiche Weise bestimmt worden, wie oben bereits für die einseitige Einspannung beschrieben wurde. In ausreichend großem Abstand von den Auflagekanten bei $x = 0$ liegt die relative Abweichung unter 3 %. Damit ist das Modell der beidseitig aufliegenden ZERODUR-Platte für die Messungen wesentlich besser geeignet als die einseitige Einspannung. Es lässt sich gut über die Theorie des beidseitig aufliegenden Balkens beschreiben. Für die Messungen werden daher die beidseitig aufliegenden ZERODUR-Platten verwendet, während die einseitige Einspannung verworfen wird. In allen Simulationen und in der theoretischen Beschreibung der Balkenverbiegung wurde der Einfluss der Gravitation auf die ZERODUR-Platte nicht berücksichtigt. Dies ist überflüssig, da die dadurch hervorgerufene Ausgangsverbiegung der Platte durch passendes Einstellen der Spiegel des Interferometers nicht in die Messungen eingeht.

4.2.3. Vorrichtung zur Kraftübertragung

Abbildung 4.11 (a) zeigt die Vorrichtung zur Kraftübertragung zusammen mit der beidseitig aufliegenden ZERODUR-Platte. Wesentlicher Bestandteil ist die mehrteilige Halterung aus Aluminium, welche in Abbildung 4.11 (b) in einer Explosionszeichnung dargestellt ist. Die Auflagekanten und die Halterung werden im Experiment auf den Labortisch geschraubt. In der Deckplatte und der Zwischenplatte der Halterung befindet sich jeweils ein Gleitlager aus Messing. Beide dienen zur Führung eines Rundstabs, der am oberen Ende einen Kragen besitzt, damit er nicht durch die Halterung rutschen kann. Unten an den Rundstab wird eine Kraftmessdose geschraubt. Sie ist ein Sensor,

4. Versuchsaufbau

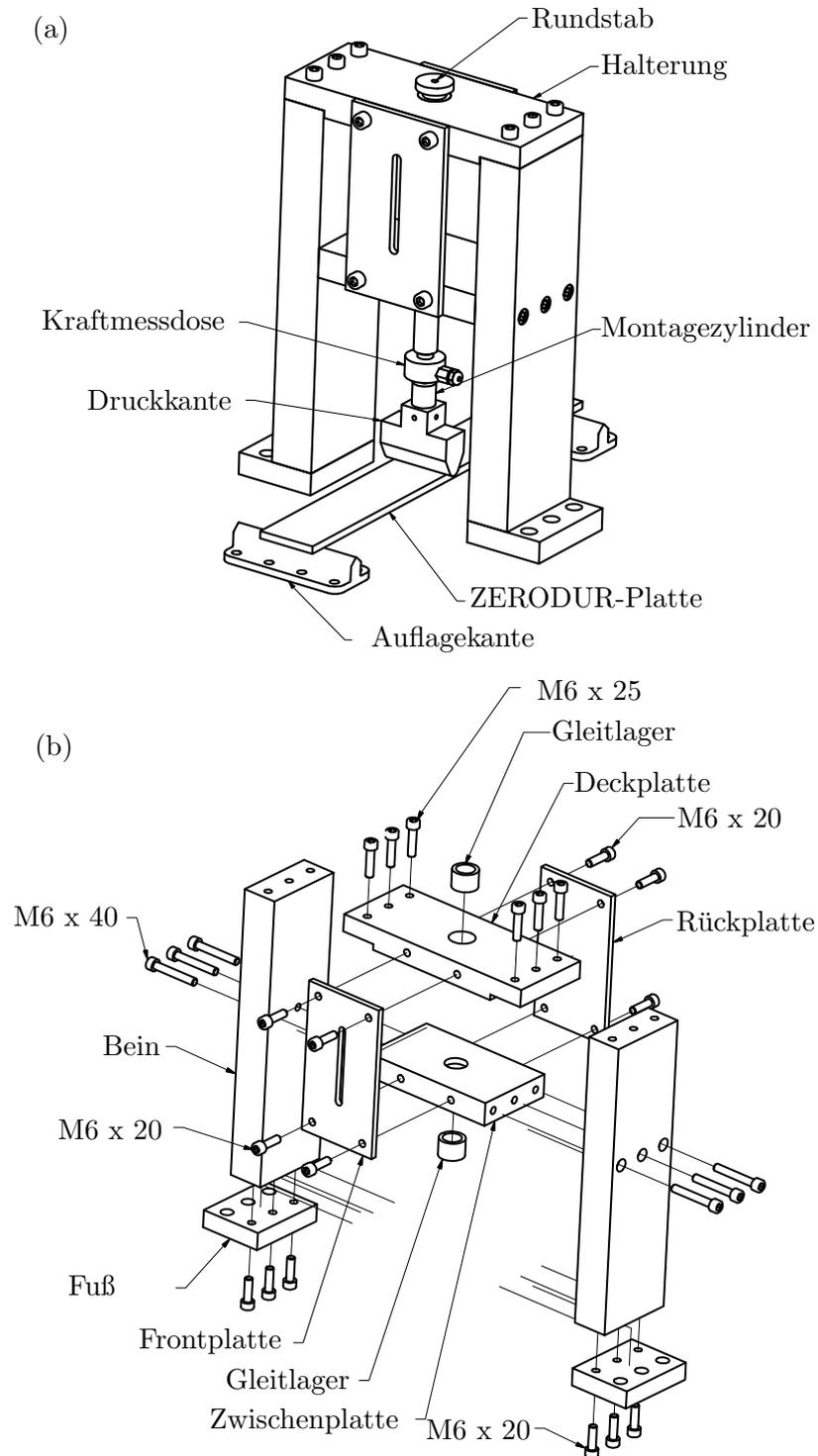


Abbildung 4.11.: Vorrichtung zur Kraftübertragung auf die ZERODUR-Platten. (a) Gesamtansicht. (b) Explosionszeichnung der Halterung.

4. Versuchsaufbau

der die auf die ZERODUR-Platte wirkende Kraft in ein Spannungssignal umwandeln soll. An der Kraftmessdose wird wiederum ein Montagezylinder befestigt, welcher als Adapter dient. Auf ihn wird die Druckkante gesteckt und mit vier Gewindestiften fest gespannt. Die Druckkante liegt schließlich mittig auf der ZERODUR-Platte auf. Rundstab, Montagezylinder und Druckkante bestehen aus Edelstahl. Übt man nun eine Kraft auf den Kragen des Rundstabs aus, so wird diese durch die Druckkante auf die ZERODUR-Platte darunter übertragen. Diese biegt sich entsprechend durch und verursacht eine betragsmäßig gleich große Gegenkraft auf die Druckkante. Dadurch gerät die Kraftmessdose zwischen Rundstab und Montagezylinder unter Druck und gibt eine zur ausgeübten Kraft proportionale Spannung aus. Dies ermöglicht es, die über das Interferometer gemessene, momentane Auslenkung der ZERODUR-Platte mit der dabei wirkenden Kraft in Verbindung zu bringen. Die genaue Funktionsweise der Kraftmessdose wird im folgenden Abschnitt 4.3 erklärt. Weil die Druckkante nur auf den Montagezylinder aufgesteckt wird, kann sie so gedreht werden, dass sie die ZERODUR-Platte entlang ihrer Mittellinie berührt. Danach wird sie über die Gewindestifte am Montagezylinder fest gespannt. So ist die Gültigkeit des theoretischen Modells für den beidseitig aufliegenden Balken gewährleistet. Zudem wird seitlich am Rundstab eine Schraube befestigt, die in einer Nut in der Frontplatte der Halterung läuft. Auf diese Weise wird ein Verdrehen des Rundstabs und der Druckkante verhindert. Die Halterung zur Führung des Rundstabs ist sehr massiv ausgelegt, was störende Schwingungen vermeiden soll. Diese könnten sich sonst auf die ZERODUR-Platte übertragen und zu Rauschen im Interferometersignal führen, was die Messung der Auslenkung der Platte erschweren würde. Damit die ZERODUR-Platten nicht beschädigt werden, ist die Druckkante nicht spitz sondern abgerundet mit einem Radius von 5 mm.

4.2.4. Kraftausübung mittels Piezo

Um die Kraftausübung auf die ZERODUR-Platten automatisieren zu können, wird ein Piezoelektrischer Stapel verwendet. Dabei handelt es sich um einen Stab aus aneinander geklebten Piezo-Kristallen. Erfährt ein Piezo-Kristall Druck, so erzeugt er eine elektrische Spannung. Legt man dagegen eine elektrische Spannung an einen Piezo-Kristall an, dehnt sich dieser aus. Über eine an den Piezoelektrischen Stapel angelegte Spannung kann dieser folglich verlängert werden. Diese Längenänderung liegt allerdings nur im μm -Bereich. Testmessungen haben gezeigt, dass für den Messaufbau der Piezoelektrische Stapel PK4FXP2 von Thorlabs geeignet ist. Dessen Datenblatt befindet sich im Anhang, Kapitel A.3.4. Im Folgenden wird der Piezoelektrische Stapel einfach als Piezo bezeichnet. Abbildung 4.12 zeigt die für die Verwendung des Piezos erforderliche Erweiterung der Vorrichtung zur Kraftübertragung. Auf die zuvor beschriebene Halterung werden zwei gleich lange Abstandshalter geschraubt, die einen Querbalken tragen. In diesen wird mittig eine Einspannschraube gedreht und eine Kontaktscheibe mit ebener Oberfläche wird auf den Kragen des Rundstabs geschraubt. Der Piezo wird über die Einspannschraube zwischen der Kontaktscheibe und einer Kontaktplatte eingespannt. Die Kontaktplatte zwischen Piezo und Schraube ist

4. Versuchsaufbau

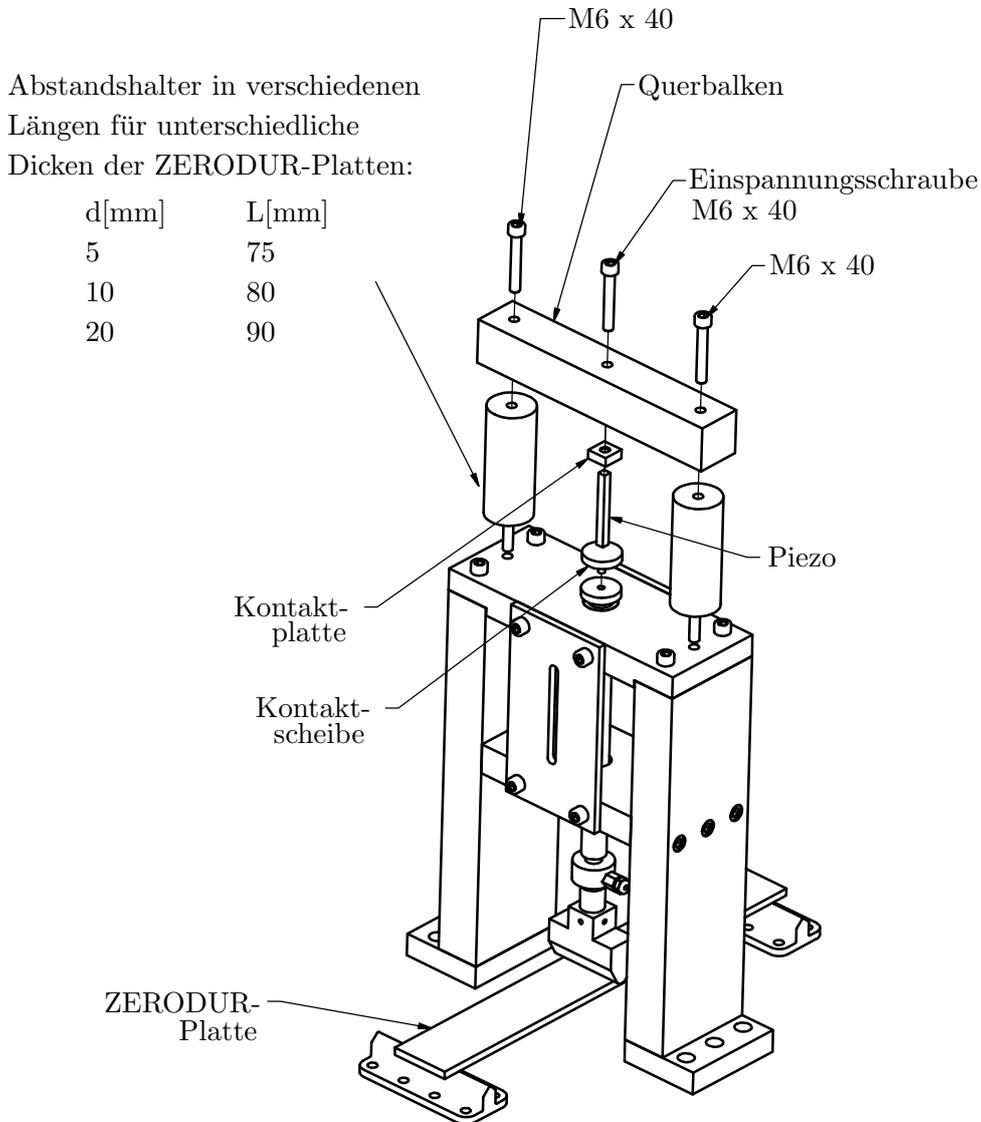


Abbildung 4.12.: Ergänzung der Einspannung des Piezos zur Vorrichtung der Kraftübertragung.

nötig, da der Piezo bei direktem Kontakt mit der Schraube durch deren Drehung beim Einspannen verkippen würde. Je dicker die im Aufbau verwendete ZERODUR-Platte ist, desto weiter steht der Kragen des Rundstabs oben aus der Halterung heraus. Entsprechend werden für die drei ZERODUR-Platten drei Paare von Abstandshaltern mit unterschiedlicher Länge benötigt. Legt man eine Spannung an den Piezo an, so verlängert sich dieser. Dabei stützt er sich gegen den Querbalken ab und drückt den Rundstab nach unten, wodurch eine Kraft auf die ZERODUR-Platte übertragen wird. Diese Kraft kann mit der Kraftmessdose bestimmt werden. Aufgrund der Einspannung

4. Versuchsaufbau

des Piezos wirkt bereits eine Kraft auf die ZERODUR-Platte, bevor eine elektrische Spannung an den Piezo angelegt wird. Doch wie bei der Gravitation geht die dadurch hervorgerufene Ausgangsverbiegung der Platte durch passendes Einstellen der Spiegel des Interferometers nicht in die Messungen ein.

4.3. Verarbeitung des Signals der Kraftmessdose

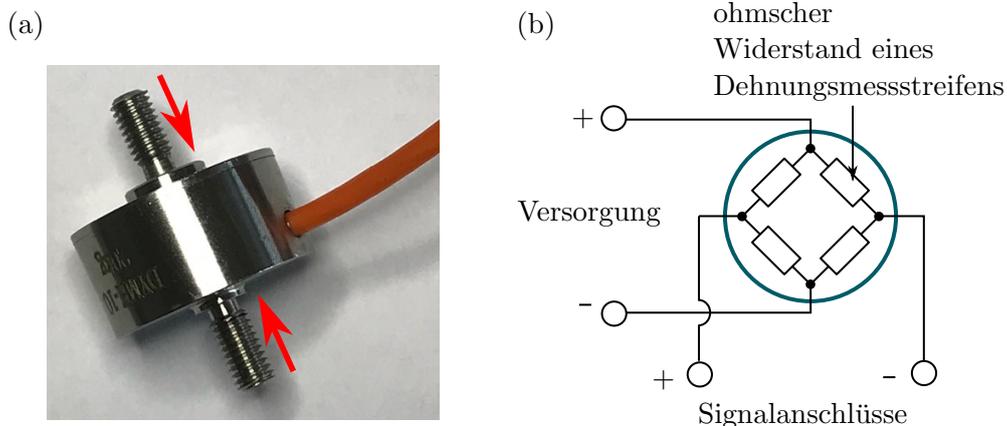


Abbildung 4.13.: Funktionsprinzip der Kraftmessdose. (a) Foto, in dem mit roten Pfeilen eingezeichnet ist, dass die Kraftmessdose entlang ihrer Mittelachse über die Gewindestifte zusammengedrückt wird. (b) Schaltplan mit den eingezeichneten ohmschen Widerständen der Dehnungsmessstreifen, welche eine Wheatstonesche Brücke bilden.

Über das Spannungssignal der Fotodiode des Michelson-Interferometers kann bestimmt werden, wie groß die Durchbiegung der ZERODUR-Platte zu einem bestimmten Zeitpunkt ist. Es interessiert aber nicht die Zeitabhängigkeit, sondern wie stark sich die Platten bei entsprechender Belastung verbiegen. Dafür ist es notwendig den zeitlichen Verlauf der Kraft zu kennen, die auf die Platten wirkt. Um dies zu realisieren, wird die Kraft über einen Sensor ermittelt, der ein zur auf ihn ausgeübten Kraft proportionales Spannungssignal ausgibt. Ein solcher Sensor ist eine so genannte Kraftmessdose, wie sie in der Vorrichtung zur Kraftübertragung verwendet wird (siehe Abschnitt 4.2). Aufgrund der zeitlichen Korrelation zwischen Fotodioden- und Kraftmessdosensignal, ist es möglich die Durchbiegung der Platten in Abhängigkeit von der auf sie übertragenen Kraft anzugeben. In diesem Abschnitt wird erklärt wie eine Kraftmessdose funktioniert. Darüber hinaus wird die Schaltung behandelt, mit der das Signal der im Messaufbau verwendeten Kraftmessdose aufbereitet wird. Abschließend wird die Eichkurve und mögliche Schwankungen der Signalspannung behandelt und wie diese sich auf die Messungen auswirken.

Abbildung 4.13 (a) zeigt ein Foto der im Experiment verwendeten Kraftmessdose. Sie

4. Versuchsaufbau

kann Belastungen bis zu 20 kg messen und sie besitzt einen Überlastschutz bis 30 kg. In der Abbildung ist mit roten Pfeilen markiert, dass die Belastung der Kraftmessdose entlang ihrer Mittelachse erfolgen muss, so dass sie zwischen den Gewindestiften unter Druck gerät. Die folgenden Informationen über das Funktionsprinzip stammen aus der Quelle [15]. Innerhalb der Kraftmessdose befindet sich zwischen den beiden Gewindestiften ein Federkörper, der bei Druckausübung elastisch deformiert wird. Auf diesen Federkörper sind vier Dehnungsmessstreifen montiert, die elektronisch in einer Wheatstoneschen Brücke geschaltet sind. Dies ist in Abbildung 4.13 (b) dargestellt. Die Schaltung besitzt zwei Anschlüsse zum Anlegen einer Versorgungsspannung und zwei weitere Anschlüsse, an denen die Signalspannung zwischen den ohmschen Widerständen der Dehnungsmessstreifen abgegriffen wird. Im unbelasteten Fall sind die Widerstände alle gleich groß und die Signalspannung beträgt 0 V. Nun sind die Dehnungsmessstreifen so am Federkörper angebracht, dass bei Kraftausübung und der daraus folgenden Deformation des Federkörpers zwei von ihnen unter Druck und die beiden anderen unter Zug geraten. Entsprechend ändern sich deren ohmschen Widerstände. So kommt es zu einer Signalspannung, die im Idealfall proportional zur ausgeübten Kraft ist.

Zunächst wurde die Kraftmessdose in der Vorrichtung zur Kraftübertragung montiert und testweise über ein Netzteil mit einer Spannung von 11 V versorgt. Für die Druckkante bildete ein Aluminiumzylinder eine feste Unterlage. Es erfolgten Messungen der Signalspannung über ein Oszilloskop und ein Multimeter, bei denen ausgewählte Gewichte auf den Kragen des Rundstabs gestellt wurden. Nach dem Aufstellen eines Gewichts wurde jeweils die zugehörige Messung vorgenommen. Die Messungen mit dem Oszilloskop zeigten, dass das Signal der Kraftmessdose stark verrauscht war. Daher wurde es zusätzlich über ein Multimeter gemessen, um einen Mittelwert zu erhalten. Bis zu einem Gewicht von etwa 4,6 kg steigt die Signalspannung nur auf rund 3 mV an. Folglich wird eine Schaltung zur weiteren Verarbeitung des Signals benötigt. Sie enthält einen Tiefpass-Filter, um das Rauschen zu entfernen und einen Verstärker und ist in Abbildung 4.14 dargestellt. Um störendes Rauschen der Netzspannung zu verhindern, wird die Kraftmessdose nicht über ein Netzteil sondern einen Akku betrieben. Sie kann aber nicht direkt an den Akku angeschlossen werden, da durch dessen Entladekurve eine permanente Neueichung der Kraftmessdose erforderlich wäre. Daher ist der Linearspannungsregler TS7809 zwischen Akku und Kraftmessdose geschaltet. Er gibt bei ausreichend großer Eingangsspannung eine konstante Versorgungsspannung von 9 V für die Kraftmessdose aus. Die Spannung des Akkus beträgt $U_A = 14,8$ V und die Kondensatoren C_1 und C_2 dienen als Ladungspuffer und somit zur Spannungsstabilisierung. Das Signal der Kraftmessdose wird zunächst auf den Tiefpass-Filter gegeben, der aus den beiden Widerständen R_1 und dem Kondensator C_3 besteht. Dieses Signal ist die Spannungsdifferenz zwischen den zwei Anschlussleitungen mit den Widerständen R_1 . Durch die Kombination aus dem Widerstand R_1 und dem Kondensator C_3 , kommt es jeweils zu einer Phasenverschiebung der Spannung. Diese Phasenverschiebung ist für beide Leitungen gleich, da die gleichen Widerstände R_1 verwendet werden. Befinden sich auf den zwei Leitungen identische Rauschanteile, so bleiben diese dadurch zu einander in Phase und heben sich in der Spannungsdifferenz

4. Versuchsaufbau

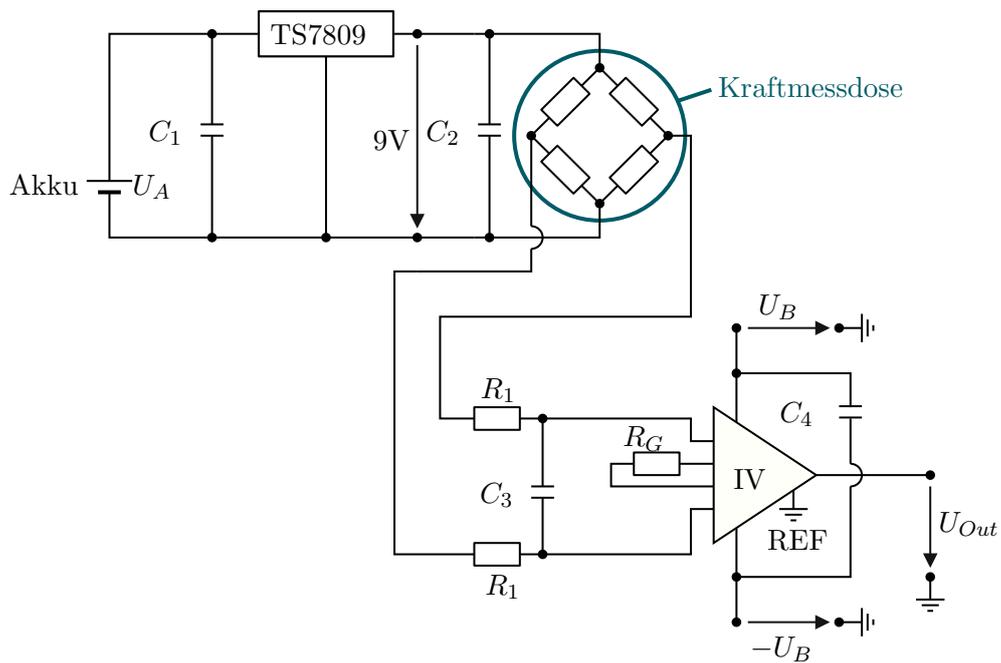


Abbildung 4.14.: Schaltung zur Spannungsversorgung der Kraftmessdose und zur Filterung und Verstärkung ihres Signals. Die verbauten Kondensatoren sind $C_1 = C_3 = C_4 = 1000 \text{ nF}$, $C_2 = 100 \text{ nF}$ und die Widerstände sind $R_1 = 100 \text{ } \Omega + 180 \text{ } \Omega$ und $R_G = 22 \text{ } \Omega$. Die Versorgungsspannungen betragen $U_A = U_B = 14,8 \text{ V}$. Der TS7809 ist ein Linearspannungsregler, der bei ausreichend hoher Eingangsspannung eine konstante Ausgangsspannung von 9 V liefert. IV steht für den Instrumentenverstärker AD8422.

4. Versuchsaufbau

auf. Sie sind damit nicht im Signal der Kraftmessdose enthalten. Der Kondensator C_3 ist für hochfrequente Spannungsanteile niederohmig und schließt diese kurz, so dass sie aus dem Signal entfernt werden. Für niederfrequente Anteile ist C_3 dagegen hochohmig und lässt diese passieren. Auf diese Weise wird restliches Rauschen heraus gefiltert. Die Widerstände R_1 sind nötig, um einzustellen ab welcher Frequenz der Tiefpass sperrt. Abschließend wird das Signal durch den Instrumentenverstärker AD8422, der in der Schaltung mit IV markiert ist, verstärkt. Der Widerstand R_G gibt den Verstärkungsfaktor G vor. Nach der Formel auf Seite 19 des Datenblatts des Instrumentenverstärkers (Anhang, Kapitel A.3.5), beträgt bei $R_G = 22 \Omega$ der Verstärkungsfaktor $G = 901$. Entsprechend ist die Ausgangsspannung U_{Out} der Schaltung die mit dem Faktor 901 multiplizierte und gefilterte Signalspannung der Kraftmessdose. Der Instrumentenverstärker wird symmetrisch mit positiver und negativer Versorgungsspannung betrieben, deren Betrag durch $U_B = 14,8 \text{ V}$ gegeben ist. Somit ist es möglich ihn an ein Netzteil oder zwei weitere Akkus anzuschließen. Der Kondensator C_4 dient zur Spannungsstabilisierung.

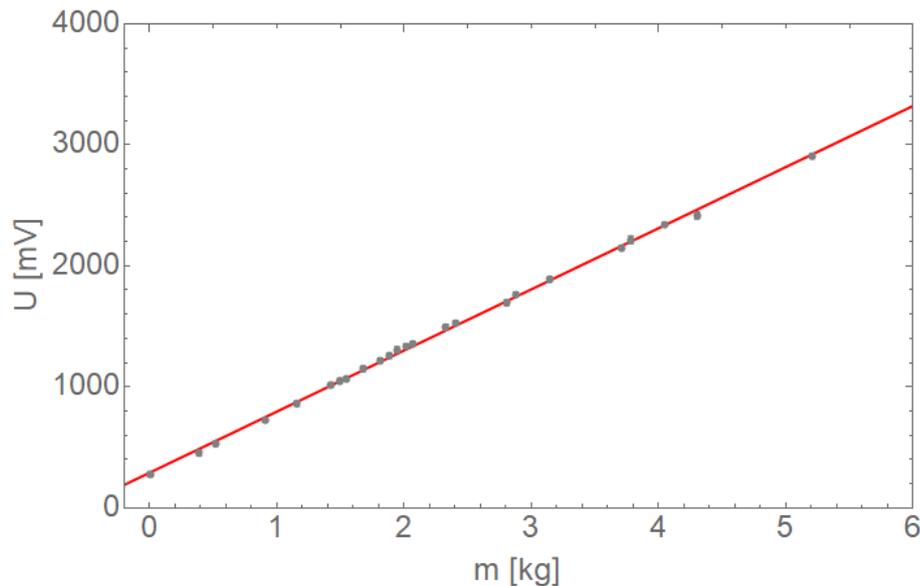


Abbildung 4.15.: Fit der Eichkurve der Kraftmessdose durch eine Gerade. Die Datenpunkte sind grau und der Fitgraph ist rot dargestellt.

Abbildung 4.15 zeigt die Eichkurve der Kraftmessdose. Dabei wurde die Kraftmessdose in der Vorrichtung zur Kraftübertragung montiert und die ZERODUR-Platte mit Dicke $d = (10,32 \pm 0,02) \text{ mm}$ wurde auf die Auflagekanten gelegt. Danach wurden ausgewählte Gewichte auf den Kragen des Rundstabs gestellt, um Druck auf die ZERODUR-Platte auszuüben und es wurde jeweils das Spannungssignal der Kraftmessdose gemessen. In Abbildung 4.15 ist die Spannung U in mV über die Masse der Gewichte m in kg aufgetragen. Die gemessenen Datenpunkte sind grau dargestellt.

4. Versuchsaufbau

Wie erwartet ergibt sich ein linearer Zusammenhang zwischen U und m . Es ist daher möglich die Daten über die Funktion

$$U = a_0 + a_1 \cdot m \quad (4.2)$$

mit den Parametern a_0 und a_1 zu fitten. a_0 ist der Spannungsoffset der Kraftmessdose, der durch das Eigengewicht des Rundstabs zu Stande kommt und a_1 ist die Steigung der Eichkurve. Der Fitgraph ist in Abbildung 4.15 rot dargestellt und Tabelle 4.3 enthält die Ergebnisse für die Parameter a_0 und a_1 . Über die Funktion (4.2) ist es

Parameter	Ergebnisse
a_0 [mV]	$290,18 \pm 0,09$
a_1 [mV/kg]	$505,54 \pm 0,04$

Tabelle 4.3.: Ergebnisse der Parameter für den Fit der Eichkurve der Kraftmessdose aus Abbildung 4.15.

nun möglich die Spannung U der Kraftmessdose in die ihr entsprechende Masse m umzurechnen, mit der die ZERODUR-Platte belastet wird.

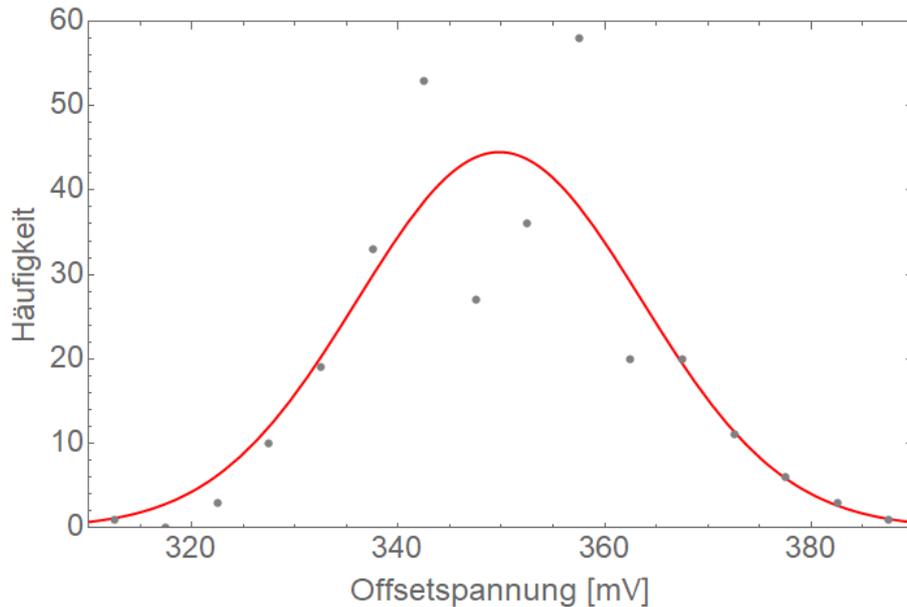


Abbildung 4.16.: Bestimmung der Schwankung der Offsetspannung der Kraftmessdose durch einen Fit mit Gaußkurve. Dabei wurde mehrfach ein Stoß gegen den Rundstab der Vorrichtung zur Kraftübertragung ausgeübt und danach jeweils die Spannung im unbelasteten Fall aufgenommen. Aufgetragen ist die Häufigkeit der gemessenen Offsetspannungen. Die Datenpunkte sind grau und der Fitgraph ist rot dargestellt.

4. Versuchsaufbau

Es zeigte sich, dass sich die Parameter a_0 und a_1 beim Aus- und erneuten Einschalten der Schaltung der Kraftmessdose leicht ändern können. Zudem führte das Anheben und Absenken des Rundstabs beim Wechseln der ZERODUR-Platten zu einer Änderung, da sich die Reibung zwischen Rundstab und Gleitlagern verändert hat. Dies machte eine Neueichung der Kraftmessdose vor jeder Messung erforderlich. Zudem ist es nötig zu wissen, wie stark die Spannung der Kraftmessdose während einer Messung schwanken kann. Dazu wurden, ebenfalls bei der $(10, 32 \pm 0, 02)$ mm dicken ZERODUR-Platte, manuell von oben Stöße auf den Rundstab ausgeübt. Nach jedem Stoß wurde die Offsetspannung der Kraftmessdose gemessen. In Abbildung 4.16 ist die beobachtete Häufigkeit über die jeweilige Offsetspannung in mV aufgetragen. Die gemessenen Datenpunkte werden grau dargestellt. Sie können über eine Gaußverteilung

$$H = b_0 \cdot \exp \left[-\frac{(U_O - b_1)^2}{2 \cdot \sigma^2} \right]$$

gefittet werden. Darin steht H für die Häufigkeit, U_O für die Offsetspannung und σ für die Standardabweichung der Offsetspannung. In Abbildung 4.16 ist der Fitgraph rot

Parameter	Ergebnisse
b_0	$44,5 \pm 5,0$
b_1 [mV]	$349,8 \pm 1,8$
σ [mV]	$13,8 \pm 1,8$

Tabelle 4.4.: Ergebnisse der Parameter für den Fit der Offsetspannung der Kraftmessdose über eine Gaußkurve aus Abbildung 4.16.

dargestellt und die Ergebnisse für die Fitparameter befinden sich in Tabelle 4.4. Die Standardabweichung der Offsetspannung beträgt $\sigma = (13,8 \pm 1,8)$ mV. Mit Gleichung (4.2) umgerechnet, ergibt das einen Fehler für die gemessene Masse m von $\Delta m = (27,2 \pm 3,6)$ g.

4.4. Darstellung des vollständigen Versuchsaufbaus

Abbildung 4.17 zeigt den gesamten Messaufbau in Draufsicht. Der Laserstrahl wird zunächst über die Linse L_1 mit Brennweite 100 mm fokussiert und danach durch die Linse L_2 mit Brennweite 50 mm kollimiert. Auf diese Weise wird der Querschnitt des Strahls halbiert, damit er vollständig durch die Öffnungen der Isolatoren I_1 und I_2 hindurch passt. Die Isolatoren sind nur in einer Richtung für das Licht durchlässig. Auf diese Weise werden Rückreflektionen des Lichts von den folgenden optischen Komponenten in die Laserdiode verhindert, was zu einer Leistungsminderung der Diode führen würde. Um Rückreflektionen vor den Isolatoren zu verhindern, werden die Linsen L_1 und L_2 leicht schräg in den Strahl gestellt. Über die $\lambda/2$ -Wellenplatten WP_1

4. Versuchsaufbau

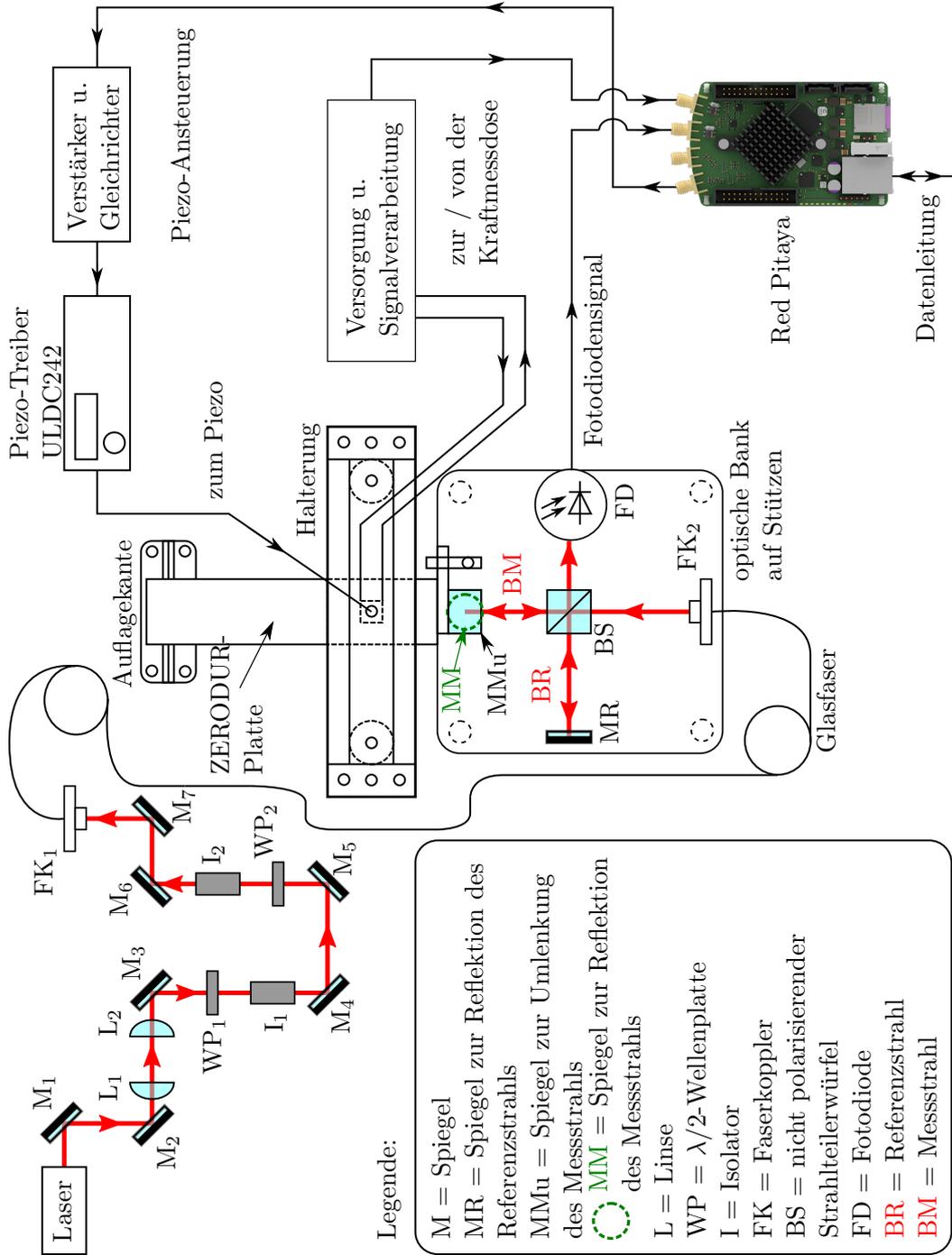


Abbildung 4.17.: Vollständiger Versuchsaufbau in Draufsicht.

4. Versuchsaufbau

und WP_2 kann die Polarisation des Laserlichts angepasst werden, so dass die Lichtleistung hinter den Isolatoren möglichst hoch ist. Der Laserstrahl wird mit den Spiegeln M_6 und M_7 und dem Faserkoppler FK_1 in eine Glasfaser eingekoppelt. Diese leitet das Licht zum Michelson-Interferometer.

Das Interferometer ist auf einer optischen Bank aufgebaut, die auf Stützen befestigt ist und die ZERODUR-Platte wird so im Messaufbau angebracht, dass sie sich zum Teil unter dem Interferometer befindet. Die Komponenten des Interferometers und seine Funktionsweise wurden bereits ausführlich in den Kapiteln 2.3 und 3 beschrieben. Anzumerken ist, dass der Messstrahl BM durch den Spiegel MMu senkrecht von oben durch ein Loch in der optischen Bank gelenkt wird. Er wird am Spiegel MM reflektiert, der auf die Oberfläche der ZERODUR-Platte gelegt ist. Der Spiegel MM hat einen Durchmesser von 25 mm und eine Dicke von 6,35 mm.

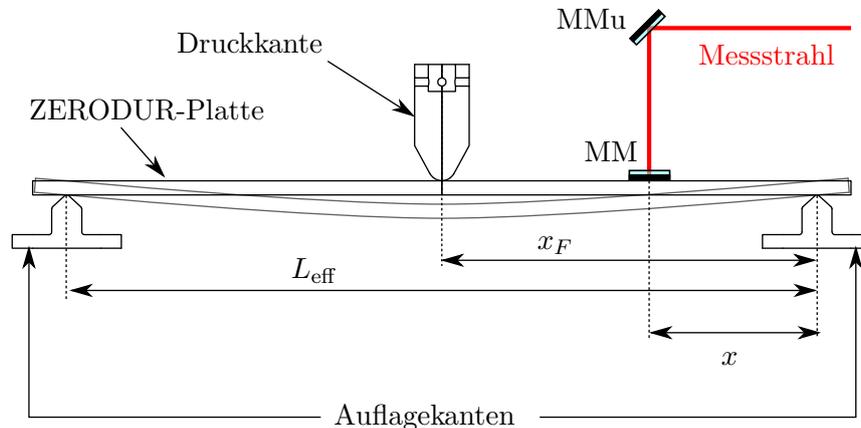


Abbildung 4.18.: Relevante Abmessungen, die in das theoretische Modell eingegeben werden müssen: Effektive Plattenlänge $L_{\text{eff}} = (275 \pm 0,5)$ mm zwischen den beiden Auflagekanten, Position der Kraftübertragung $x_F = L_{\text{eff}}/2 = (137,5 \pm 0,5)$ mm und Auftreffpunkt $x = (74 \pm 0,5)$ mm des Messstrahls auf der ZERODUR-Platte.

Das Signal der Fotodiode FD wird über einen Red Pitaya gemessen. Dabei handelt es sich um einen Einplatinencomputer, der als Oszilloskop und Signalgenerator verwendet werden kann. Er besitzt einen Netzanschluss zur Ansteuerung und zum Auslesen der Daten mittels PC. Auch die Messung des Kraftmessdosensignals erfolgt über den Red Pitaya. Dabei enthält das Kästchen mit der Beschriftung „Versorgung u. Signalverarbeitung“ die in Abbildung 4.14 dargestellte Schaltung. Das Sinus-Signal zur Ansteuerung des Piezos wird über einen Signalgenerator-Ausgang des Red Pitaya bereitgestellt. Es hat einen Offset und eine Amplitude von jeweils 0,5 V und eine Frequenz von 1 Hz. Damit ist es stets positiv und die Spannung ändert sich zwischen 0 V und 1 V. Ein höherer Wert ist nicht möglich, da die maximale Ausgangsspannung des Red Pitaya 1 V beträgt. Der Piezo kann mit einer Spannung bis maximal 150 V

4. Versuchsaufbau

betrieben werden. Um ihn weit genug auslenken zu können, muss das Steuersignal des Red Pitaya verstärkt werden. Dies geschieht über den Piezo-Treiber des Universal Laserdioden Controllers ULDC242. Dessen Verstärkungsfaktor ist jedoch noch zu gering und darüber hinaus darf der Piezo nicht versehentlich mit einer negativen Spannung angesteuert werden, da er sonst zerstört wird. Folglich ist dem ULDC242 noch ein Verstärker und Gleichrichter vorgeschaltet. Die Python Programme zum Auslesen der Messdaten und zur Eichung der Kraftmessdose über den Red Pitaya befinden sich im Anhang, Kapitel A.2.

Abbildung 4.18 zeigt die Abmessungen im Versuchsaufbau bezüglich der ZERODUR-Platten. Für die Auswertung der Messdaten, sind diese Maße in das theoretische Modell der Verbiegung des beidseitig aufliegenden Balkens einzusetzen.

5. Messergebnisse

In diesem Kapitel werden die mit dem Versuchsaufbau erzielten Messergebnisse beschrieben, sowie die Vorgehensweise bei deren Auswertung. Wenn nichts anderes angegeben ist, wurden die Fehler der Messwerte über die Gaußsche Fehlerfortpflanzung berechnet. Abschnitt 5.1 behandelt die Messungen an den in Kapitel 4.1 bestimmten ZERODUR-Platten und in Abschnitt 5.2 wird mit den Messungen an einer ZERODUR-Platte mit Bienenwabenstruktur eine erste komplexere Geometrie betrachtet. Schließlich werden in Abschnitt 5.3 die Abweichungen der Messergebnisse von der Theorie und den Simulationen diskutiert und mögliche Ursachen erklärt.

5.1. Messungen an den einfachen ZERODUR-Platten

Alle Erklärungen des Messprinzips und der Datenauswertung erfolgen am Beispiel der ZERODUR-Platte mit Dicke $d = (10,32 \pm 0,02)$ mm. Für die folgenden Messungen wurde der Spiegel MM zur Reflektion des Messstrahls einfach auf die jeweilige ZERODUR-Platte gelegt. Zunächst wird die Überprüfung des Formalismus der Fotodiodenspannung aus Kapitel 2.3.2 behandelt. Die Auslenkung der Platte erfolgte hier nicht periodisch über den Piezo, sondern nur einmalig manuell. Dabei ist mit der Hand auf den Rundstab der Vorrichtung zur Kraftübertragung gedrückt worden. Der Druck wurde so lange erhöht, bis die Oszillation im Fotodiodensignal verschwunden war. Aufgrund zeitlich schwankender Druckausübung der Hand erfolgte keine Aufnahme der Daten während der Auslenkung der Platte, sondern bei deren Relaxation nach dem Abheben der Hand vom Rundstab. Abbildung 5.1 (a) zeigt die gemessenen Spannungen der Kraftmessdose und der Fotodiode in mV über die Zeit t in ms aufgetragen. Die Fotodiodenspannung ist zur besseren Darstellung mit dem Faktor sieben multipliziert worden und aus dem Signal der Kraftmessdose wurde störendes Rauschen über einen einstellbaren, digitalen Tiefpass heraus gefiltert. Zu sehen ist, wie durch die Abnahme der Belastung das Signal der Kraftmessdose zeitlich abfällt. Dabei wird auch die Verkipfung der Wellenfront des Messstrahls verringert, da die Verkipfung des Spiegels MM zurück geht. Dadurch steigt die Amplitude der Oszillation in der Fotodiodenspannung an. Die Periodendauer der Oszillation nimmt mit der Zeit zu, da die Platte allmählich ihre Ausgangslage erreicht und sich ihre Bewegung verlangsamt. Schließlich ist die Platte in ihrer Ausgangsposition und die Periodendauer der Oszillation in der Fotodiodenspannung ist unendlich. Die Spannung der Kraftmessdose ist auf ihren Offset abgefallen, der einer Belastung von 0kg entspricht. Bei nun erfolgenden zeitlichen Änderungen der Fotodiodenspannung handelt es sich um Rauschen des Interferometers. Die Eichkurve der Kraftmessdose ermöglicht es, deren Spannung in die zugehörige Masse m umzurechnen, mit der die Platte belastet wird.

5. Messergebnisse

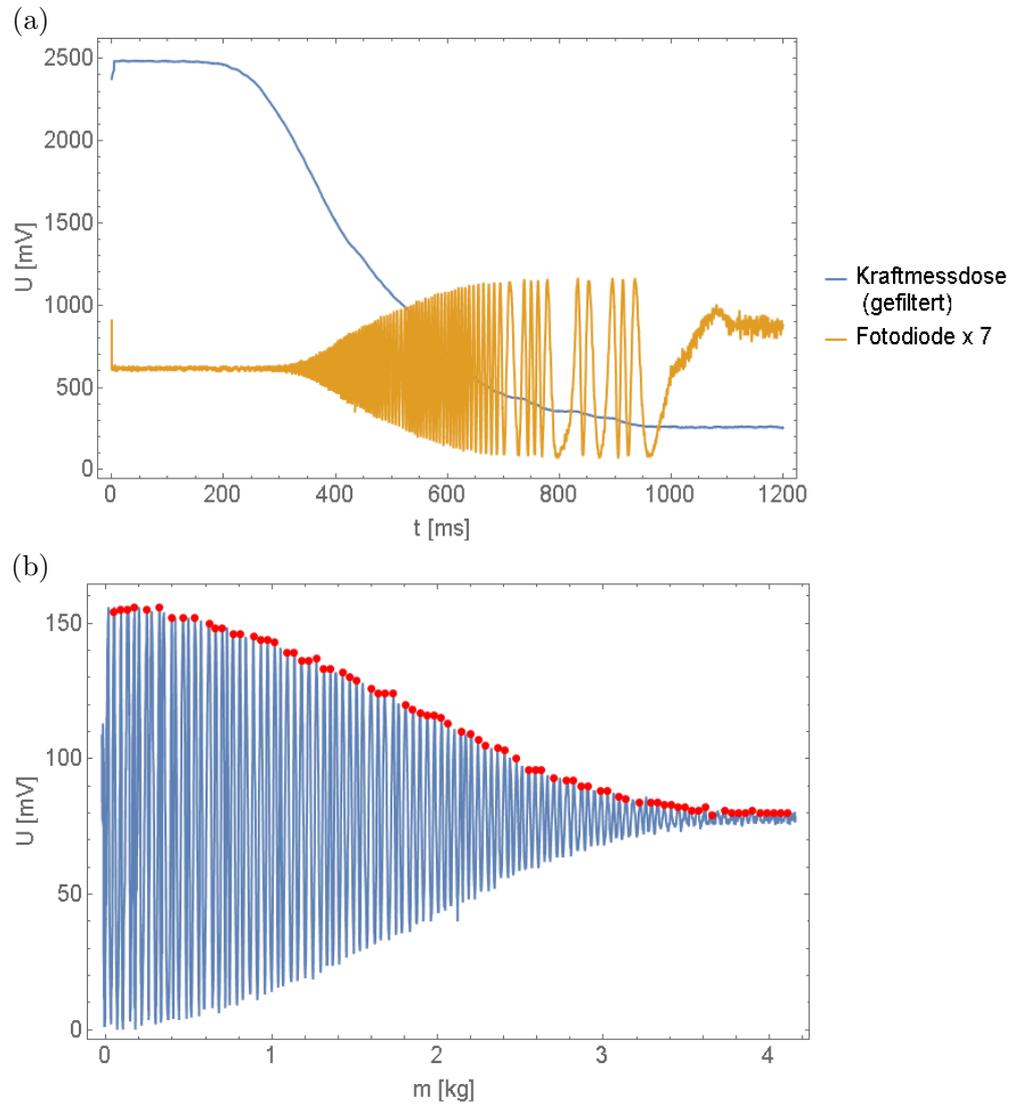


Abbildung 5.1.: Manuelle Auslenkung der ZERODUR-Platte mit einer Dicke von $d = 10,32 \pm 0,02$ mm. (a) Spannungen der Kraftmessdose und der Fotodiode in mV über die Zeit t in ms. Zur besseren Darstellung ist die Fotodiodenspannung mit dem Faktor sieben multipliziert worden. (b) Über die Eichkurve der Kraftmessdose bestimmter Zusammenhang zwischen der Fotodiodenspannung in mV und der Masse m in kg, mit der die Platte belastet wird. Maxima des Signals sind rot eingezeichnet.

5. Messergebnisse

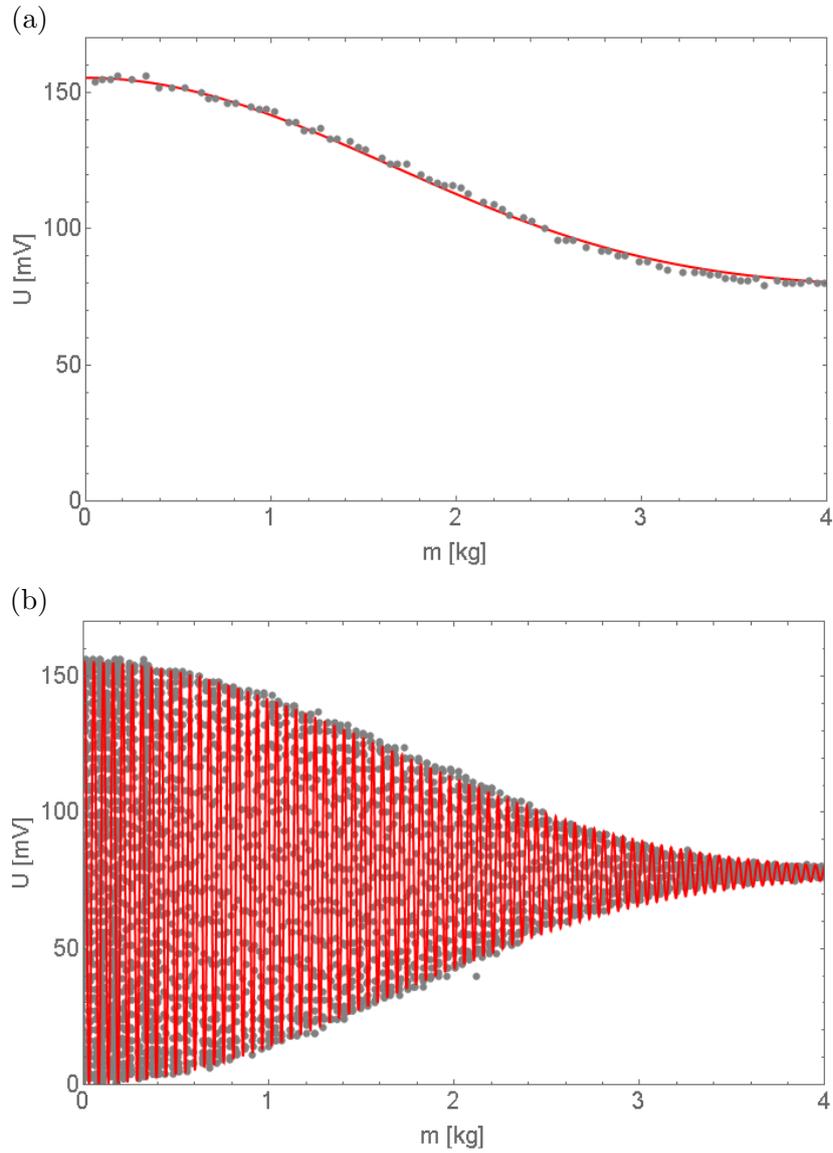


Abbildung 5.2.: Überprüfung der theoretischen Beschreibung des Fotodiodensignals durch Fit der Daten aus Abbildung 5.1. (a) Fit der Signalmaxima. (b) Fit des vollständigen Fotodiodensignals.

5. Messergebnisse

Aufgrund der zeitlichen Korrelation zwischen Kraftmessdosensignal und Fotodiodensignal kann die Fotodiodenspannung über die Masse m aufgetragen werden. Dies ist als blauer Graph in Abbildung 5.1 (b) gezeigt. Darin ist die Fotodiodenspannung U in mV über die Masse m in kg aufgetragen. Nach Gleichung (2.71) ist die Phase $\Delta\varphi_{\text{eff } U}$ der Fotodiodenspannung proportional zur Verschiebung Δs_M des Spiegels MM, der den Messstrahl reflektiert. Für die beidseitig aufliegende ZERODUR-Platte gilt nach Kapitel 2.4 die Beziehung $\Delta s_M = |z(x)|$ mit der vom Ort x abhängigen Durchbiegung $|z(x)|$ der ZERODUR-Platte. Diese ist nach Gleichung (2.82) wiederum proportional zur Masse m , mit der die Platte belastet wird. Folglich ist die Phase der Spannung der Fotodiode $\Delta\varphi_{\text{eff } U}$ proportional zur Masse m . Das ermöglicht eine Überprüfung des Formalismus der Fotodiodenspannung über das Signal in Abbildung 5.1 (b), indem dieses mit Gleichung (2.63) unter Zuhilfenahme der Gleichungen (2.64) bis (2.71) gefittet wird. Dazu wurde das Computerprogramm Mathematica verwendet.

Ein direkter Fit des vollständigen Signals ist jedoch nicht möglich, da das Fitprogramm aufgrund der begrenzten Anzahl von Datenpunkten nicht zwischen Signalrauschen und einer zeitabhängigen Oszillation unterscheiden kann. Daher sind zuerst lokale Maxima im Signal zu bestimmen, welche in Abbildung 5.1 (b) rot eingezeichnet sind. Wie die Maxima bestimmt wurden, wird noch weiter unten, bei der Messung unter periodischer Auslenkung der Platte durch den Piezo, erklärt. Die Maxima ermöglichen den Fit der oberen Kante des Fotodiodensignals mit Gleichung (2.63), indem in dieser die Phase $\Delta\varphi_{\text{eff } U}$ der Fotodiodenspannung auf Null gesetzt wird. Abbildung 5.2 (a) zeigt grau eingezeichnet die Maxima und rot den an diese gefitteten Graphen. Tabelle 5.1 enthält die aus diesem Fit bestimmten Parameter u_R , u_M und $|z(x)|/m$. Dabei ist u_R der Anteil des Referenzstrahls an der Fotodiodenspannung und u_M ist der entsprechende Anteil des Messstrahls, wie sie auf Seite 36 definiert sind.

Parameter	Ergebnisse
$u_R = u_M$ [mV]	$22,11 \pm 0,06$
$ z(x) /m$ [$\mu\text{m}/\text{kg}$]	$7,51 \pm 0,06$
$\Delta\varphi_0$ [rad]	$-0,52 \pm 0,02$

Tabelle 5.1.: Ergebnisse der Fits aus Abbildung 5.2. u_R ist der Spannungsanteil des Referenzstrahls und u_M ist der Spannungsanteil des Messstrahls. $|z(x)|/m$ ist die Durchbiegung der ZERODUR-Platte pro kg Belastung und $\Delta\varphi_0$ ist die Anfangsphase der Fotodiodenspannung.

Da der Strahlteilerwürfel des Michelson-Interferometers nicht polarisierend ist, kann angenommen werden, dass die Lichtleistung des Laser gleichmäßig zwischen Referenz- und Messstrahl aufteilt. Folglich wurde $u_R = u_M$ gesetzt. Das wichtige Ergebnis des Fits ist die Durchbiegung der ZERODUR-Platte pro kg Belastung $|z(x)|/m = (7,51 \pm 0,06) \mu\text{m}/\text{kg}$. Es besteht eine Abweichung von $1,73 \mu\text{m}/\text{kg}$ zum für die ZERODUR-Platte mit Dicke $d = (10,32 \pm 0,02) \text{mm}$ theoretisch vorhergesagten Wert von $9,24 \mu\text{m}/\text{kg}$ in Tabelle 5.2, die nicht mit dem Fehler des Fitergebnisses verein-

5. Messergebnisse

bar ist. Damit erhält man aus Gleichung (2.82) ein Elastizitätsmodul von ZERODUR von $E = (111 \pm 3, 3)$ GPa. Die Abweichung von dem im Datenblatt von ZERODUR (Anhang Kapitel A.3.1) angegebenen Wert von 90,3 GPa beträgt 20,7 GPa. Auch in diesem Fall ist das nicht mit dem Fehler vereinbar.

Ein Fit des vollständigen Signals inklusive der Oszillation aus Abbildung 5.2 (b) ist nur möglich, wenn die Ergebnisse der Parameter u_R , u_M und $|z(x)|/m$ aus dem ersten Fit als feste Werte in die Fitfunktion (2.63) eingesetzt werden. Abbildung 5.2 (b) zeigt die Datenpunkte in grau, während der an sie gefitete Graph rot dargestellt ist. Dabei wurde ausschließlich die Anfangsphase $\Delta\varphi_0$ der Fotodiodenspannung als Parameter offen gelassen. Das Ergebnis für $\Delta\varphi_0$ wird in Tabelle 5.1 angegeben. Abbildung 5.2 (b) verdeutlicht, dass sich das Fotodiodensignal über den theoretischen Formalismus beschreiben lässt.

Nachfolgend wird die Auswertung der Messungen bei periodischer Auslenkung der ZERODUR-Platten über den Piezo beschrieben. Die Anregungsfrequenz des Signalgenerators des Redpitaya betrug dabei 1 Hz. Wie zu Abbildung 5.1 erklärt, wurde das Signal der Kraftmessdose genutzt, um die Fotodiodenspannung über die Masse m aufzutragen, mit der die ZERODUR-Platte belastet wird.

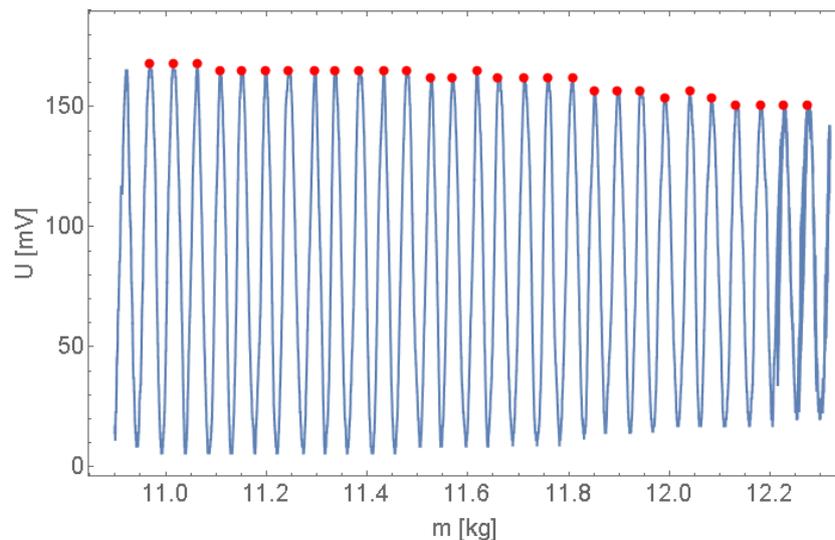


Abbildung 5.3.: Fotodiodenspannung in mV gegen die Masse m in kg aufgetragen, mit der die ZERODUR-Platte mit Dicke $d = (10,32 \pm 0,02)$ mm periodisch durch den Piezo belastet wird. Rot eingezeichnet sind die Maxima des Signals.

Abbildung 5.3 zeigt die Fotodiodenspannung U in mV als blauen Graphen gegen die Masse m in kg geplottet. Rot markiert sind die lokalen Maxima im Signal. Diese wurden wie folgt bestimmt. Um jeden Datenpunkt des Signals wurde ein Intervall auf der m -Achse gebildet, wobei der Datenpunkt in der Mitte des Intervalls liegt und die Intervalllänge vorgegeben ist. Ist der Spannungswert des Datenpunkts das Maximum

5. Messergebnisse

des gesamten Intervalls, so ist der Datenpunkt ein lokales Maximum. Da benachbarte Datenpunkte zufällig den gleichen Spannungswert besitzen können, ist nur ein neues Maximum gefunden, wenn dieses einen Mindestabstand zum vorherigen Maximum auf der m -Achse hat. Andernfalls muss es verworfen werden. Die Intervalllänge und der Mindestabstand zwischen zwei benachbarten Maxima sind an die Qualität des jeweiligen Datensatzes anzupassen. Jetzt lässt sich die Durchbiegung der ZERODUR-Platte pro kg Belastung $|z(x)|/m$ über die lokalen Maxima ermitteln. Dazu bestimmt man zuerst die Positionen des ersten Maximums und des letzten Maximums auf der m -Achse. In Abbildung 5.3 liegt das erste Maximum bei $(10, 969 \pm 0, 002)$ kg und das letzte bei $(12, 273 \pm 0, 002)$ kg. Der Fehler ist der für den vorliegenden Datensatz geforderte Mindestabstand zwischen zwei benachbarten Maxima. Aus diesen beiden Massewerten ist die Differenz $\Delta m = (1, 304 \pm 0, 003)$ kg zu bilden. Sei Z_M die Anzahl der lokalen Maxima im Datensatz, dann ist $Z_M - 1$ die Anzahl der Signalperioden zwischen dem ersten und letzten Maximum. In Abbildung 5.3 ist $Z_M - 1 = 28$. Eine Signalperiode entspricht wiederum der Wellenlänge $\lambda_M = 780$ nm des Laserlichts. Da nach Gleichung (2.82) die Periodenzahl pro kg Belastung Z/m für einen festen Auftreffpunkt x des Messtrahls auf der ZERODUR-Platte konstant ist, gilt $Z/m = (Z_M - 1)/\Delta m$. Setzt man dies in Gleichung (2.82) ein und stellt entsprechend um, so ist die Durchbiegung der ZERODUR-Platte pro kg Belastung $|z(x)|/m$ gegeben durch:

$$\frac{|z(x)|}{m} = \frac{\lambda_M}{2} \cdot \frac{Z_M - 1}{\Delta m}$$

Mit den zuvor bestimmten Werten erhält man für die ZERODUR-Platte mit Dicke $d = (10, 32 \pm 0, 02)$ mm eine Durchbiegung von $|z(x)|/m = (8, 37 \pm 0, 02)$ $\mu\text{m}/\text{kg}$. Dies wiederum in Gleichung (2.82) eingesetzt, ergibt ein Elastizitätsmodul von $E = (99, 6 \pm 2, 9)$ GPa. Auch diese Werte stimmen im Rahmen ihrer Fehler nicht mit der Theorie ($9, 24$ $\mu\text{m}/\text{kg}$ aus Tabelle 5.2) und den Datenblattangaben (90,3 GPa, Datenblatt von ZERODUR im Anhang Kapitel A.3.1) überein. Die Durchbiegung weicht um $0, 87$ $\mu\text{m}/\text{kg}$ vom theoretischen Wert ab und das Elastizitätsmodul um $9, 3$ GPa. Immerhin sind die Abweichungen deutlich geringer als bei der Bestimmung dieser Größen über den Fit.

Um die Genauigkeit der aus dem Messsignal berechneten Durchbiegung der ZERODUR-Platten und des Elastizitätsmoduls zu erhöhen, wurde für jede Platte eine Langzeitmessung von zwei Stunden Dauer durchgeführt. Dabei wurden im Abstand von 10 s Datensätze aufgenommen und aus diesen die Durchbiegung der Platte und das Elastizitätsmodul berechnet. Abbildung 5.4 zeigt die Ergebnisse der Langzeitmessung für die ZERODUR-Platte mit Dicke $d = (10, 32 \pm 0, 02)$ mm. In Teil (a) ist die Durchbiegung $|z(x)|/m$ der Platte in $\mu\text{m}/\text{kg}$ und in Teil (b) ist das Elastizitätsmodul E in GPa über die Messzeit t in Sekunden aufgetragen. Die Datenpunkte werden als blauer Graph dargestellt. Das sich aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung ergebende Fehlerband ist rot eingezeichnet. Die Größen $|z(x)|/m$ und E wurden dann für jede Platte durch Bildung des Mittelwerts bestimmt. Der Fehler ist der halbe Abstand zwischen der oberen und unteren Grenze des Fehlerbands. Die Messergebnisse für jede Plattendicke d sind zusammen mit der theoretischen Vorhersage von $|z(x)|/m$ in Ta-

5. Messergebnisse

belle 5.2 eingetragen. Anzumerken ist, dass die dünnste ZERODUR-Platte mit Dicke $d = (5,23 \pm 0,05)$ mm beim Vorspannen des Piezos zerbrochen ist. Die Messungen für diese Platte wurden dann mit einer Plattenhälfte durchgeführt. Um den Spiegel MM zur Reflektion des Messstrahls auf die Platte legen zu können, war es aus Platzgründen nicht möglich, diese mittig zu belasten. Entsprechend gelten andere Abmessungen als in Abbildung 4.18 angegeben. Sie sind $L_{\text{eff}} = (150 \pm 0,5)$ mm, $x_F = (87,5 \pm 0,5)$ mm und $x = (25 \pm 0,5)$ mm. Die veränderte Geometrie führt dazu, dass sich nach den Angaben in Tabelle 5.2 diese Platte weniger stark durchbiegt als die $(10,32 \pm 0,02)$ mm dicke Platte. Es fällt auf, dass die gemessenen Durchbiegungen $|z(x)|/m$ aller Platten im Rahmen ihres Fehlers nicht mit der theoretischen Vorhersage übereinstimmen. Die Abweichung bei der dünnsten Platte ist geringer als bei der Platte mittlerer Dicke. Am geringsten ist der Unterschied zwischen Theorie und Messung bei der dicksten Platte. Im Fall des Elastizitätsmoduls E stimmen die Messergebnisse der dünnsten und der dicksten Platte im Rahmen des Fehlers mit der Datenblattangabe von 90,3 GPa überein. Für die $(10,32 \pm 0,02)$ mm dicke Platte ist das jedoch nicht der Fall. Auch hier passt der Messwert der dicksten Platte am besten zur Angabe des Datenblatts.

d [mm]	$ z(x) /m$ [$\mu\text{m}/\text{kg}$] (T)	$ z(x) /m$ [$\mu\text{m}/\text{kg}$] (M)	E [GPa] (M)
$5,23 \pm 0,03$	6,68	$6,43 \pm 0,15$	$93,8 \pm 6,7$
$10,32 \pm 0,02$	9,24	$8,36 \pm 0,08$	$99,8 \pm 3,6$
$20,40 \pm 0,02$	1,20	$1,23 \pm 0,02$	$88,2 \pm 3,6$

Tabelle 5.2.: Über Langzeitmessungen bestimmte Mittelwerte bei Reflektion des Messstrahls an einem auf die ZERODUR-Platten gelegten Spiegel. d ist die Plattendicke, $|z(x)|/m$ ist die Durchbiegung der Platte pro kg und E ist das Elastizitätsmodul. (T) markiert einen theoretisch berechneten Wert und (M) einen aus den Messungen bestimmten Mittelwert. Das Elastizitätsmodul von ZERODUR beträgt laut Datenblatt $E = 90,3$ GPa.

Da der Spiegel MM, der den Messstrahl reflektiert, nur auf die ZERODUR-Platten gelegt wurde, sind zusätzliche Verkippungen des Spiegels in Folge der Krümmung der Oberfläche der Platten bei Belastung denkbar. Um dadurch hervorgerufene Messfehler auszuschließen, wurde der Spiegel durch einen Tesafilmstreifen ersetzt, welcher auf die ZERODUR-Platten geklebt worden ist. Dessen glatte Oberfläche wurde zur Reflektion des Messstrahls genutzt. Da der Tesafilm der Krümmung der Platte folgt, können so störende, zusätzliche Verkippungen ausgeschlossen werden. Auf der anderen Seite geht der Großteil der Lichtleistung des Messstrahls durch den Tesafilm hindurch. Folglich besitzt der reflektierte Anteil des Messstrahls eine sehr viel kleinere Leistung als der Referenzstrahl. Bei destruktiver Interferenz zwischen beiden Strahlen ist so eine vollkommene Aufhebung der Leistung des Referenzstrahls durch den Messstrahl unmöglich. Entsprechend besitzt die Spannung der Fotodiode einen großen Offset und nur eine geringe Signalamplitude. Abbildung 5.5 zeigt die Fotodiodenspannung U in [mV] als blauen Graphen aufgetragen über die Masse m in kg, mit der die

5. Messergebnisse

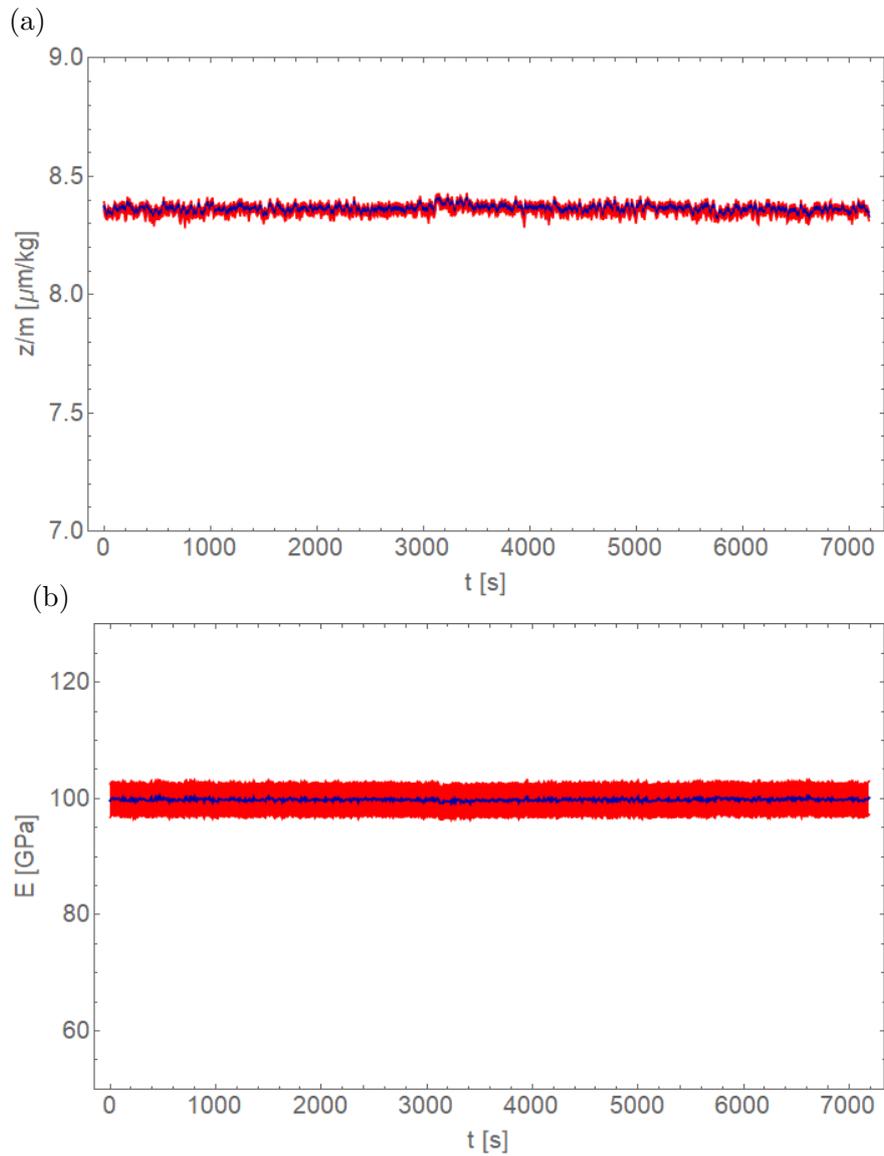


Abbildung 5.4.: Ergebnisse der Langzeitmessung bei der ZERODUR-Platte mit Dicke $d = (10,32 \pm 0,02)$ mm und bei periodischer Anregung über den Piezo. (a) Durchbiegung $|z(x)|/m$ der Platte in $\mu\text{m}/\text{kg}$ über die Messzeit t in Sekunden s aufgetragen. (b) Elastizitätsmodul E in GPa über die Messzeit t in Sekunden s aufgetragen.

5. Messergebnisse

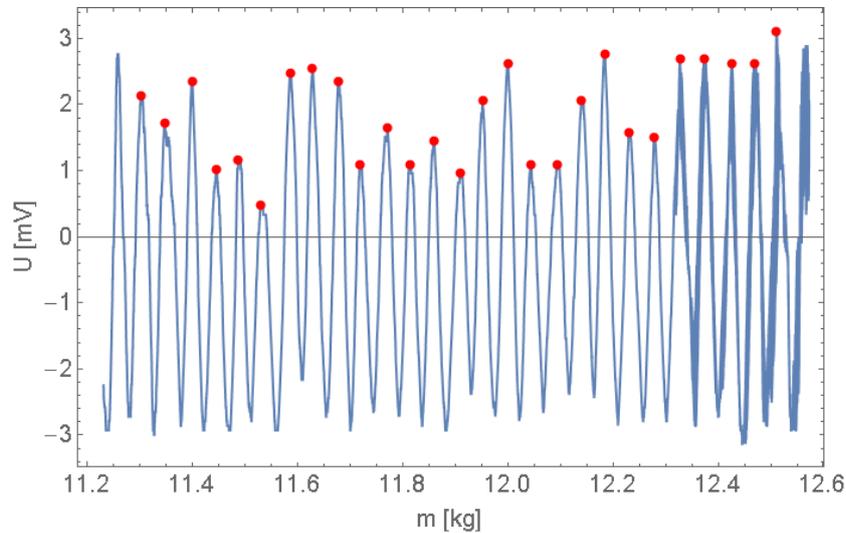


Abbildung 5.5.: Fotodiode-Spannung in mV gegen die Masse m in kg aufgetragen, mit der die ZERODUR-Platte mit Dicke $d = (10,32 \pm 0,02)$ mm periodisch durch den Piezo belastet wird. Rot eingezeichnet sind die Maxima des Signals. Reflektiert wurde der Messstrahl hier über einen auf die Platte geklebten Tesafilmstreifen an Stelle eines Spiegels.

ZERODUR-Platte belastet wird, am Beispiel der $(10,32 \pm 0,02)$ mm dicken Platte. Der Offset wurde bereits vom Signal abgezogen. In rot sind die lokalen Maxima des Signals eingezeichnet. Aufgrund der geringen Intensität des reflektierten Messstrahls ist die Amplitude der Oszillation deutlich kleiner als bei der Messung mit Spiegel in Abbildung 5.3. Dadurch fällt auch das Rauschen im Interferometer stärker ins Gewicht, was sich durch die schwankende Amplitude und Nulllinie des Signals in Abbildung 5.5 bemerkbar macht. Die Langzeitmessungen mit einer Dauer von zwei Stunden wurden nun für alle Platten wiederholt. Tabelle 5.3 enthält die daraus bestimmten Mittelwerte und deren Fehler. Dabei verhalten sich die Messergebnisse für die einzelnen Plattendicken so zueinander, wie das bereits zu Tabelle 5.2 für die Messung mit Spiegel beschrieben wurde. Hier stimmt nur für die dickste Platte das Elastizitätsmodul E im Rahmen des Fehlers mit der Angabe des Datenblatts von ZERODUR überein.

5.2. Messungen an einer ZERODUR-Platte mit Bienenwabenstruktur

Wie in der Einleitung beschrieben, ist für die bei Experimenten verwendeten ZERODUR-Module Gewichtseinsparung relevant. Daher wurden abschließend noch Messungen mit einer besonderen ZERODUR-Platte durchgeführt, welche in Abbildung 5.6 dargestellt ist. Sie besteht aus drei einzelnen Platten, die miteinander verklebt

5. Messergebnisse

d [mm]	$ z(x) /m$ [$\mu\text{m}/\text{kg}$] (T)	$ z(x) /m$ [$\mu\text{m}/\text{kg}$] (M)	E [GPa] (M)
$5,23 \pm 0,03$	6,68	$6,15 \pm 0,18$	$98,0 \pm 7,4$
$10,32 \pm 0,02$	9,24	$8,39 \pm 0,13$	$99,5 \pm 4,2$
$20,40 \pm 0,02$	1,20	$1,23 \pm 0,01$	$88,0 \pm 3,5$

Tabelle 5.3.: Über Langzeitmessungen bestimmte Mittelwerte bei Reflektion des Messstrahls an einem auf die ZERODUR-Platten geklebten Tesafilmstreifen. d ist die Plattendicke, $|z(x)|/m$ ist die Durchbiegung der Platte pro kg und E ist das Elastizitätsmodul. (T) markiert einen theoretisch berechneten Wert und (M) einen aus den Messungen bestimmten Mittelwert. Das Elastizitätsmodul von ZERODUR beträgt laut Datenblatt $E = 90,3$ GPa.

sind. Durch die dickere, mittlere Platte sind Löcher mit 10 mm Durchmesser gebohrt, die in einem bienenwabeförmigen Raster angeordnet sind. Auf die Oberseite und die Unterseite der mittleren Platte sind 5 mm dicke Deckplatten geklebt. Somit sind die Löcher versiegelt. Die gesamte Struktur besitzt eine Breite von $b = (45,01 \pm 0,05)$ mm, die Länge $L = (289,5 \pm 0,5)$ mm und die Dicke $d = (25,07 \pm 0,03)$ mm. Dabei wurden die Längenmessungen auf die gleiche Weise durchgeführt wie für die einfachen ZERODUR-Platten, was auf Seite 55 beschrieben ist. Durch die mit Luft gefüllten Löcher im Inneren, hat die Platte ein um 33 % geringeres Gewicht als eine Platte, die die gleichen Maße besitzt, aber vollständig aus ZERODUR besteht. Über Messungen sollte festgestellt werden welche Stabilität eine solche Struktur besitzt. Ent-



Abbildung 5.6.: ZERODUR-Platte mit innerem Lochraster in Bienenwabenanordnung. Im mittleren Teil der Platte befindet sich das Lochraster, welches durch eine oben und eine unten aufgeklebte Deckplatte versiegelt ist.

sprechend wurden auch für diese Platte die oben beschriebenen Langzeitmessungen

5. Messergebnisse

vorgenommen. Sie wurden allerdings nur noch mit auf die Platte aufgelegtem Spiegel MM durchgeführt, da die oben gezeigten Messungen mit Tesafilm etwa die gleichen Ergebnisse lieferten wie die Messungen mit aufgelegtem Spiegel. Tabelle 5.4 zeigt die

Bestimmungsmethode	$ z(x) /m$ [$\mu\text{m}/\text{kg}$]	E [GPa]
Theorie (1)	0,573	90,3
Theorie (2)	1,246	90,3
Simulation	0,840	61,6
Messung	$0,941 \pm 0,024$	$55,0 \pm 2,7$

Tabelle 5.4.: Tabelle mit der Durchbiegung pro kg Belastung $|z(x)|/m$ der ZERODUR-Platte mit Bienenwabenstruktur und dem effektiven Elastizitätsmodul E . Dargestellt sind die Ergebnisse für verschiedene Bestimmungsmethoden. Für die theoretische Berechnung über den Formalismus der Balkenverbiegung gibt es zwei Varianten. In (1) wurde angenommen, dass die Platte kein Lochraster besitzt und vollständig aus ZERODUR besteht. Bei (2) wurde eine effektive Platte betrachtet, die man erhält wenn man nur den Volumenanteil des ZERODURs berücksichtigt. Sie hat die gleiche Breite und Länge aber eine entsprechend kleinere Dicke und besteht daher ebenfalls vollständig aus ZERODUR.

Ergebnisse für die Durchbiegung der Platte pro kg Belastung $|z(x)|/m$ und für das Elastizitätsmodul E . Dabei kamen verschiedene Bestimmungsmethoden zum Einsatz. Die theoretischen Berechnungen von $|z(x)|/m$ über den Formalismus der Balkenverbiegung wurden auf zwei Arten vollzogen. In Theorie (1) wurde eine Platte mit den oben angegebenen Maßen angenommen, die kein Lochraster besitzt und vollständig aus ZERODUR besteht. Bei Theorie (2) wurde eine effektive Platte betrachtet, die man erhält wenn man nur den Volumenanteil des ZERODURs berücksichtigt. Sie hat die gleiche Breite und Länge aber eine entsprechend kleinere Dicke $d = 19,35$ mm. In beiden Fällen ist die Platte ein homogener ZERODUR-Block und für E gilt der im Datenblatt von ZERODUR (Anhang, Kapitel A.3.1) angegebene Wert. Dieser ist zur Berechnung von $|z(x)|/m$ in die Formel (2.82) einzusetzen. Eine Berechnung der realen Struktur über den Formalismus der Balkenverbiegung ist jedoch nicht möglich, da in den Gleichungen keine Inhomogenitäten im Balkenmaterial berücksichtigt werden können. Eine realistische, theoretische Beschreibung kann nur über eine Simulation erreicht werden, deren Ergebnisse ebenfalls in Tabelle 5.4 eingetragen sind. Dabei wurde im Simulations-Modell die Platte so auf den Auflagekanten platziert, dass das Modell möglichst der realen Situation im Experiment entspricht. Denn durch die Inhomogenitäten in der Platte, die vom Lochraster hervorgerufen werden, ist deren Durchbiegung von der genauen Lage zu den Auflagekanten und der Druckkante abhängig. Die Gitterelementgröße der Simulation betrug 1,23 mm. Die letzte Zeile der Tabelle 5.4 enthält die Ergebnisse der Langzeitmessung. Bei den Simulations- und den Messergebnissen wurde das Elastizitätsmodul E über den Formalismus der Balkenverbiegung aus

5. Messergebnisse

$|z(x)|/m$ berechnet. Der Wert für $|z(x)|/m$ in Theorie (1) ist kleiner als der Messwert und weicht um $0,368 \mu\text{m}/\text{kg}$ von diesem ab. Dies ist zu erwarten, da in Theorie (1) die Platte vollständig aus ZERODUR besteht. Sie ist folglich starrer als die reale Struktur mit Lochraster und biegt sich bei gleicher Belastung nicht so stark durch. In Theorie (2) wurde das Lochraster zwar berücksichtigt aber nur dadurch, dass die Dicke der Platte aus Theorie (1) entsprechend verringert wurde. Es bleibt unklar wie sich der Volumenverlust durch die Löcher exakt auf die Maße einer effektiven Platte auswirkt. Wahrscheinlich reicht es nicht aus die Dicke anzupassen, sondern auch die Länge und Breite müssen abgeändert werden. Die Durchbiegung $|z(x)|/m$ ist für Theorie (2) sogar größer als bei der Messung und weicht um $0,305 \mu\text{m}/\text{kg}$ vom Messwert ab. Damit ist die Abweichung fast genau so groß wie für Theorie (1). Das Simulationsergebnis von $|z(x)|/m$ weist die geringste Abweichung von $0,101 \mu\text{m}/\text{kg}$ zum Messwert auf, da im Simulations-Modell die reale Situation im Messaufbau sehr gut nachgestellt werden kann. Allerdings ist die Abweichung nicht mit dem Messfehler vereinbar.

5.3. Fehlerdiskussion

Dieser Abschnitt befasst sich mit der Diskussion der Messergebnisse der Langzeitmessungen für die einfachen ZERODUR-Platten und die Platte mit Bienenwabenstruktur. Zunächst werden die einfachen Platten behandelt. Die Messergebnisse, bei denen der Messstrahl an einem auf die ZERODUR-Platten gelegten Spiegel reflektiert wurde, befinden sich in Tabelle 5.2 und die Ergebnisse, bei denen der Messstrahl an einem Tesafilm reflektiert wurde, sind in Tabelle 5.3 eingetragen. Der Tesafilm wurde an der entsprechenden Stelle auf die Platten geklebt, wo sich bei den anderen Messungen der Spiegel befunden hat. Zunächst ist festzuhalten, dass die größte Abweichung zwischen Theorie und Messung in beiden Fällen bei der Platte mit einer Dicke von $d = (10,32 \pm 0,02)$ mm auftritt. Sie beträgt für die Messungen mit Spiegel 10,5% bei der Durchbiegung $|z(x)|/m$ und ebenfalls 10,5% beim Elastizitätsmodul E . Für die Messungen mit Tesafilm beträgt die Abweichung bei der Durchbiegung 10,1% und 10,2% beim Elastizitätsmodul. Diese Abweichungen sind nicht allein über die Unterschiede des realen Aufbaus der beidseitig aufliegenden ZERODUR-Platten zur idealen theoretischen Beschreibung zu erklären. Denn nach den Simulationsergebnissen des realen Aufbaus, welche in Abbildung 4.10 dargestellt sind, sollte die Abweichung zur Theorie nur maximal 3 % betragen.

Da die Messungen mit Spiegel ungefähr die gleichen Ergebnisse liefern wie die Messungen mit Tesafilm, scheiden störende Verkippungen des Spiegels als mögliche Ursache für die Abweichungen aus. Alle Platten wurden aus dem gleichen ZERODUR-Block gefertigt. Damit sind auch unterschiedliche ZERODUR-Chargen der einzelnen Platten als mögliche Fehlerquelle auszuschließen. Für jede Platte wurde zuerst die Langzeitmessung mit Spiegel und dann die Langzeitmessung mit Tesafilm durchgeführt. Danach wurde die Platte aus dem Versuchsaufbau entfernt und die nächste Platte wurde auf die Auflagekanten gelegt und vermessen. Die Messungen mit Spiegel wurden aber nicht am selben Tag durchgeführt wie die Messungen mit Tesafilm. Das heißt zwischen

5. Messergebnisse

den einzelnen Messungen musste die Kraftmessdose neu geeicht werden. Damit sind auch Kalibrierungsfehler der Kraftmessdose als mögliche Ursache unwahrscheinlich, da sonst bei der Messung mit Spiegel für die einzelnen Platten nicht in etwa die gleichen Ergebnisse herauskommen würden wie bei der Messung mit Tesafilm.

Ein möglicher Grund für die Abweichungen zwischen Theorie und Messung ist, dass die Platten leicht schief auf den Auflagekanten gelegen haben könnten und nicht symmetrisch ausgerichtet worden sind. In diesem Fall ist es denkbar, dass das theoretische Modell nicht mehr zur realen Situation im Messaufbau passt. Es ist möglich, dass das Signal der Kraftmessdose für verschiedene Messbereiche der Belastung ein anderes Verhalten aufweisen kann, so dass die Annäherung der Eichkurve durch eine Gerade zu ungenau ist. In diesem Fall muss ein besserer funktionaler Zusammenhang zwischen der Signalspannung der Kraftmessdose und der Masse, mit der sie belastet wird, gefunden werden. Zudem konnte das Gitter bei den Simulationen der Durchbiegung der realen, beidseitig auf den Auflagekanten liegenden ZERODUR-Platte, welche in Kapitel 4.2 beschrieben wurden, die Rundung der Auflagekanten nicht nachbilden. In der Simulation sind die Auflagekanten daher spitz, so wie das in der theoretischen Beschreibung der Balkenbiegung aus Kapitel 2.1 der Fall ist. Dies könnte zu den geringen Fehlern zwischen den Simulationen unter realen Bedingungen und der Theorie geführt haben, welche in den Graphen in Abbildung 4.10 dargestellt sind. So ist es möglich, dass das theoretische Modell der Balkenverbiegung für die Auswertung der Messergebnisse weniger geeignet ist, als aufgrund der Simulationen angenommen wurde.

Die wahrscheinlichste Ursache für die Abweichungen zwischen der Theorie und den Messungen wird im Folgenden erklärt. Bei der Durchbiegung der Platten kommt es neben der vertikalen Bewegung auch zu einer horizontalen Verkürzung. Je kleiner die Plattendicke ist, desto stärker biegt sich die Platte bei gleich bleibender Kraft durch und die horizontale Verkürzung ist entsprechend stärker ausgeprägt. Die Reibung zwischen Platte und Auflagekanten hemmt nun diese horizontale Verkürzung und die Platte biegt sich nicht so stark durch wie erwartet. Man misst eine geringere Durchbiegung $|z(x)|/m$ als das theoretische Modell vorhersagt und entsprechend ist das daraus berechnete Elastizitätsmodul E größer als die Angabe im Datenblatt von ZERODUR. Genau das ist in den Tabellen 5.2 und 5.3 bei der dünnsten Platte und bei der Platte mittlerer Dicke der Fall. Aufgrund der höheren Steifigkeit der dicksten Platte ist der Effekt hier am geringsten und die Messergebnisse passen am besten zu den theoretischen Vorhersagen. Nach den Tabellen 5.2 und 5.3 ist die Abweichung zwischen Messung und Theorie bei der dünnsten Platte geringer als bei der Platte mittlerer Dicke. Dies würde eigentlich gegen diese Erklärung sprechen. Zu beachten ist aber, dass die dünnste Platte zerbrochen ist und so nur eine Hälfte der Platte vermessen werden konnte. Dadurch hat sich die Geometrie des Aufbaus entsprechend verändert. Weil die Platte nun kürzer war und auch nicht in der Mitte belastet wurde, bog sie sich bei gleicher Belastung weniger durch. Folglich ist bei ihr der Effekt der horizontalen Verkürzung kleiner als bei der Platte mittlerer Dicke und auch die Messergebnisse liegen entsprechend näher an der theoretischen Vorhersage. Die Unterschiede zwischen Theorie und Messung können vermutlich verringert werden, wenn

5. Messergebnisse

man die ZERODUR-Platten nicht auf zwei Kanten legt, sondern indem sie über zwei Rollen gelagert werden.

Abschließend werden die Ergebnisse für die Platte mit Lochraster in Bienenwabenanordnung diskutiert, welche in Tabelle 5.4 angegeben sind. Die Abweichung des Simulationsergebnisses von $|z(x)|/m$ zum Messwert beträgt 10,7 %. Dafür kommen zwei Ursachen in Frage. Eine Möglichkeit ist, dass die Platte im Simulations-Modell nicht exakt so ausgerichtet wurde wie sie im Messaufbau angebracht war. Für eine möglichst genaue Simulation muss das Lochraster im Modell aber die gleiche Lage zu den Auflagekanten und der Druckkante haben wie bei den Messungen. Eine weitere denkbare Ursache sind die Klebungen zwischen den Teilplatten. Im Simulations-Modell wurden die Teilplatten als fest miteinander verbunden betrachtet. Es ist jedoch möglich, dass während der Messung der Klebstoff beim Auslenken der Platte etwas nachgegeben hat, so dass deren Durchbiegung größer ist als in der Simulation.

6. Zusammenfassung und Ausblick

In der Arbeitsgruppe QUANTUM, Forschungsgruppe „Experimentelle Quantenoptik und Quanteninformation“ von Prof. Dr. Patrisck Windpassinger werden unter anderem Experimente an Atomen unter Schwerelosigkeit durchgeführt. Dazu werden die experimentellen Aufbauten in Raketen auf Parabelflüge geschickt. Zudem sind Experimente auf der internationalen Raumstation ISS geplant. Bei diesen Experimenten wird innerhalb von Lasersystemen Licht zur Verteilung und Manipulation aus Glasfasern aus- und wieder in Glasfasern eingekoppelt. Die optischen Komponenten werden dabei auf ZERODUR-Modulen aufgebaut. Da diese in den Raketen und der ISS unterzubringen sind, ist Volumen- und Masseneinsparung relevant. Eine geringere Menge von verbautem Material bei den ZERODUR-Modulen kann jedoch dazu führen, dass sie sich bei gleicher mechanischer Belastung stärker verbiegen. Die damit einhergehende Verkippung von Laserstrahlen führt zur Verminderung der Koppeffizienz bei der Einkopplung der Strahlen in Glasfasern. Das Ziel ist eine Optimierung des Volumens bzw der Masse bei einer möglichst hohen Koppeffizienz. Dazu sind Simulationen der Verbiegung der ZERODUR-Module unter der bekannten Belastung beim Raketenstart erforderlich. Die Geometrien der Optiken auf den ZERODUR-Modulen ermöglichen zusammen mit den Simulationsergebnissen eine Beurteilung der Auswirkung der Verbiegung auf die Koppeffizienz. Zunächst ist jedoch unklar wie gut die Simulationen der Realität entsprechen.

Das Ziel dieser Masterarbeit war daher die Entwicklung eines Versuchsaufbaus, um die Durchbiegung der Module unter gegebener Belastung zu messen und entsprechende Korrekturen in die Simulationen einfließen zu lassen. Zudem soll er die Überprüfung der Simulationen bei komplexen Geometrien ermöglichen und nur geringe systematische Fehler aufweisen. Zunächst wurde ein analytisch-statisches Modell der Balkenverbiegung erarbeitet. Dieses ist bereits ausreichend für die Beschreibung einfacher Balkengeometrien mit unterschiedlichen Randbedingungen und zur Überprüfung entsprechender Simulationen. Darüber hinaus ist ein Simulationsmodell in Autodesk Inventor bzw Nastran In-CAD erstellt worden, über das sich komplexe Geometrien wie die ZERODUR-Platte mit Bienenwabenstruktur aus Kapitel 5 beschreiben lassen. Das Simulationsmodell kann auf die in den Missionen verwendeten ZERODUR-Module angewendet werden. Mit Hilfe der analytischen, statischen Beschreibung der Balkenverbiegung und Simulationen erfolgte dann die Entwicklung des Versuchsaufbaus. Die Präzision des Aufbaus wurde überprüft, indem man mit diesen Messungen an einfachen ZERODUR-Platten durchführte und deren Ergebnisse mit den Vorhersagen der theoretischen Modelle verglich. Zudem wurde mit der Bienenwabenstruktur die Durchbiegung einer ersten komplexen Struktur experimentell bestimmt. Dabei zeigte sich, dass der Aufbau für die Messungen an dicken Platten bereits gut geeignet ist.

6. Zusammenfassung und Ausblick

Geringe Abweichungen zwischen den Messergebnissen und der theoretischen Beschreibung bei dünneren Platten verdeutlichen, dass am Versuchsaufbau noch Verbesserungen vorgenommen werden können. Um störende Reibungseffekte zu verhindern, wäre es zum Beispiel sinnvoll die ZERODUR-Platten nicht auf Kanten sondern auf Rollen zu lagern. Danach ist für die BECCAL-Experimente die Bienenwabenstruktur erneut zu vermessen. Die Messergebnisse sind dann in den Simulationen zur Optimierung des Volumens bzw der Masse der ZERODUR-Module zu berücksichtigen. Aus der Geometrie deren Durchbiegung kann schließlich der Einfluss auf die Koppeffizienz bestimmt werden.

A. Anhang

A.1. Bestimmung der geeigneten Gitterelementgröße für die Simulationen mit Finite-Elemente-Methode

A. Anhang

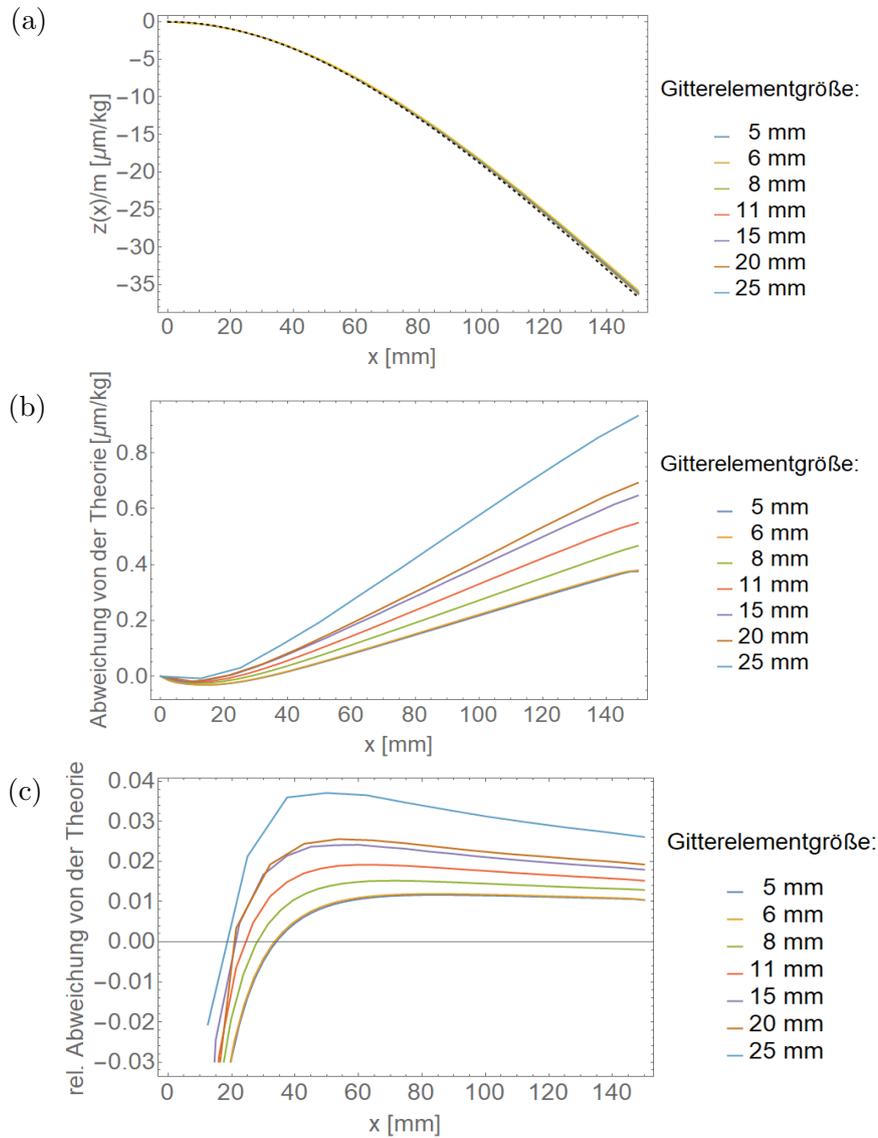


Abbildung A.1.: Simulationsergebnisse zur Bestimmung der geeigneten Gitterelementgröße für die einseitig eingespannte ZERODUR-Platte anhand des idealen Modells aus Abbildung 4.6 (a). Die ZERODUR-Platte wurde mit 1kg belastet. Abbildungsteil (a): Biegelinie pro kg Belastung $z(x)/m$ der Platte in $\mu\text{m}/\text{kg}$. Der theoretische Graph wird schwarz gestrichelt und das Simulationsergebnis wird blau dargestellt. Abbildungsteil (b): Differenz zwischen dem Simulationsergebnis und der Theorie aus Teil (a) in $\mu\text{m}/\text{kg}$. Abbildungsteil (c): Relative Abweichung zwischen Simulation und Theorie aus Teil (a).

A. Anhang

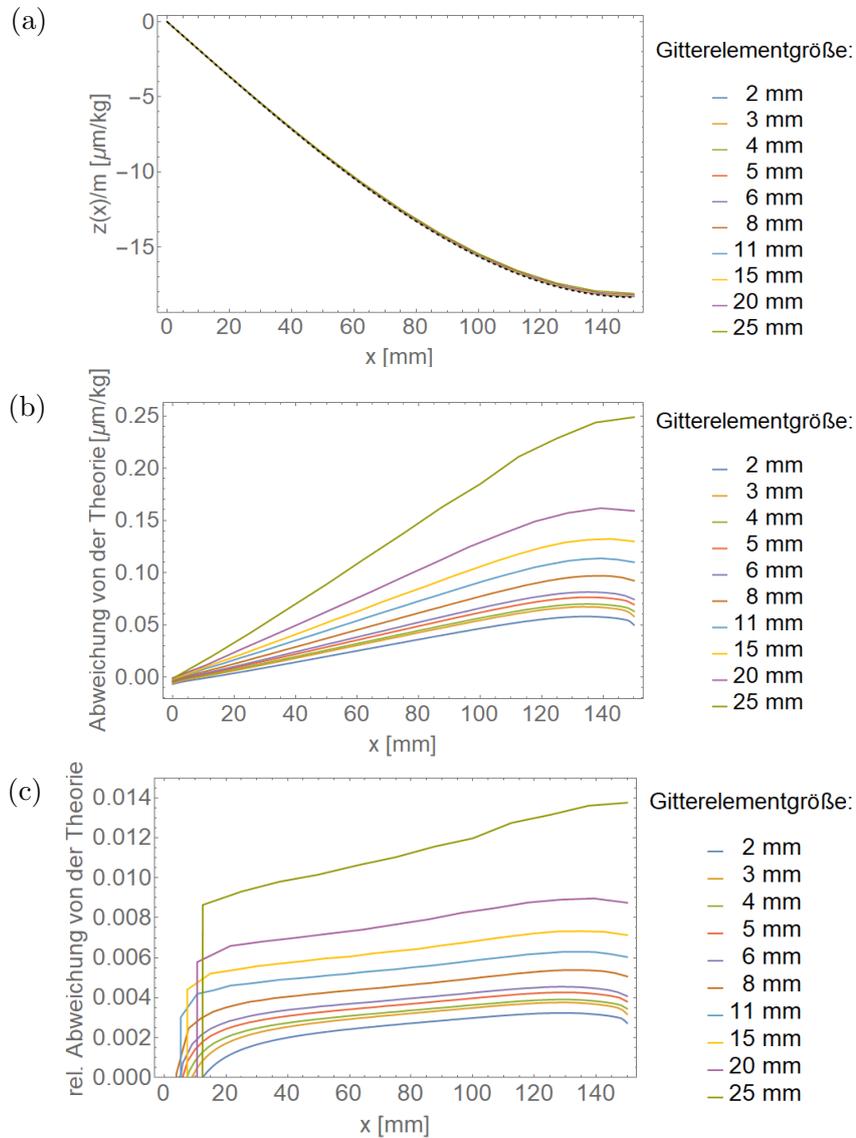


Abbildung A.2.: Simulationsergebnisse zur Bestimmung der geeigneten Gitterelementgröße für die beidseitig aufliegende ZERODUR-Platte anhand des idealen Modells aus Abbildung 4.8 (a). Die ZERODUR-Platte wurde mit 1kg belastet. Abbildungsteil (a): Biegelinie pro kg Belastung $z(x)/m$ der Platte in $\mu\text{m}/\text{kg}$. Der theoretische Graph wird schwarz gestrichelt und das Simulationsergebnis wird blau dargestellt. Abbildungsteil (b): Differenz zwischen dem Simulationsergebnis und der Theorie aus Teil (a) in $\mu\text{m}/\text{kg}$. Abbildungsteil (c): Relative Abweichung zwischen Simulation und Theorie aus Teil (a).

A.2. Python Code zum Auslesen des Red Pitaya

A.2.1. Code zum Auslesen der Messdaten

```
#!/usr/bin/python

import sys
import redpitaya_scp as scpi
import matplotlib.pyplot as plot
import numpy as np
import time

rp_s = scpi.scp("10.93.130.192")

## configure synth

rp_s.tx_txt('SOUR2:FUNC_SINE')
rp_s.tx_txt('SOUR2:FREQ:FIX_1')
rp_s.tx_txt('SOUR2:VOLT_0.5')
rp_s.tx_txt('SOUR2:VOLT:OFFS_0.5')
rp_s.tx_txt('OUTPUT2:STATE_ON')

print("Synthesizer_set")

## acquire data

#----- SET inputs Gain to HV -----

rp_s.tx_txt("ACQ:SOUR1:GAIN_HV")
rp_s.tx_txt("ACQ:SOUR2:GAIN_HV")

print("Set_input_gain_to_HV.")

#----- SET timebase -----
# https://redpitaya.readthedocs.io/en/latest/appsFeatures/
  examples/acqRF-exm1.html
rp_s.tx_txt("ACQ:DEC_8192")
rp_s.tx_txt("ACQ:DEC?")
decimation = int(rp_s.rx_txt())
laenge = 16384
timebase = np.arange(0, laenge*decimation*0.000000008/2,
  decimation*0.000000008)

print("Set_timebase.")
```

A. Anhang

```
t = time.time() + 10

for i in range(1,721,1):

    while time.time() < t :
        time.sleep(0)

    t = t + 10

    rp_s.tx_txt('ACQ:START')
    rp_s.tx_txt('ACQ:TRIG_CH2_PE')

    ## setting trigger level in mV
    rp_s.tx_txt('ACQ:TRIG:LEV_4000_mV')

    print("Configured_trigger.")

    while 1:
        rp_s.tx_txt('ACQ:TRIG:STAT?')
        if rp_s.rx_txt() == 'TD':
            break

    print("Triggered.")

    rp_s.tx_txt('ACQ:SOUR1:DATA?') # acquire data from
        channel 1
    buff_string = rp_s.rx_txt()
    buff_string = buff_string.strip('{}\n\r').replace("_",
        , "").split(',')
    buff = np.array(list(map(float, buff_string)))
    buff = buff[8192:]

    rp_s.tx_txt('ACQ:SOUR2:DATA?') # acquire data from
        channel 2
    buff_string = rp_s.rx_txt()
    buff_string = buff_string.strip('{}\n\r').replace("_",
        , "").split(',')
    buff2 = np.array(list(map(float, buff_string)))
    buff2 = buff2[8192:]

    data = np.append([buff],[buff2], axis=0)
    data = np.append([timebase],data, axis=0)
    data = np.transpose(data)
```

A. Anhang

```
plot.plot(timebase, buff)
plot.plot(timebase, buff2)
plot.xlabel('Time_/s')
plot.ylabel('Voltage_/V')
plot.show()

np.savetxt("Data"+str(i)+".csv", data, delimiter = ',',
           , newline = '\n')
```

A.2.2. Code zur Eichung der Kraftmessdose

```
#!/usr/bin/python

import sys
import redpitaya_scp as scpi
import matplotlib.pyplot as plot
import numpy as np
import time

rp_s = scpi.scp("10.93.130.192")

## set mass in kg

mass = 5.232

## acquire data

#----- SET inputs Gain to HV -----

rp_s.tx_txt("ACQ:SOUR1:GAIN_HV")
rp_s.tx_txt("ACQ:SOUR2:GAIN_HV")

print("Set_input_gain_to_HV.")

#----- SET timebase -----
# https://redpitaya.readthedocs.io/en/latest/appsFeatures/examples/acqRF-exm1.html
rp_s.tx_txt("ACQ:DEC_8192")
rp_s.tx_txt("ACQ:DEC?")
decimation = int(rp_s.rx_txt())
laenge = 16384
timebase = np.arange(0, laenge*decimation*0.000000008/2,
```

A. Anhang

```
decimation*0.000000008)

print("Set_timebase.")

rp_s.tx_txt('ACQ:START')
rp_s.tx_txt('ACQ:TRIG_NOW')

print("Configured_trigger.")

while 1:
    rp_s.tx_txt('ACQ:TRIG:STAT?')
    if rp_s.rx_txt() == 'TD':
        break

print("Triggered.")

rp_s.tx_txt('ACQ:SOUR2:DATA?') # acquire data from channel
2
buff_string = rp_s.rx_txt()
buff_string = buff_string.strip('{}\n\r').replace("□□", " ")
    ).split(',')
buff = np.array(list(map(float, buff_string)))
buff = buff[8192:]

plot.plot(timebase, buff)
plot.xlabel('Time/s')
plot.ylabel('Voltage/V')
plot.show()

average = np.mean(buff)
error = np.std(buff)

with open('Eichung_Kraftmessdose_Daten.txt', 'a') as
    the_file:
        the_file.write(str(mass)+' '+str(0.002)+' '+str(
            average)+' '+str(error)+'\n')
the_file.close()
```

A. Anhang

A.3. Datenblattauszüge zentraler Bauteile

A.3.1. Eigenschaften von ZERODUR

ZERODUR® – Extremely low Expansion Glass Ceramic

Applications

ZERODUR® has become a performance- and quality-benchmark in many spectacular applications within modern technology:

- Stages and mirrors for lithography equipment
- Mirror substrates for segmented and monolithic large astronomical telescopes
- Ultra light weighted mirror blanks
- Standards for precision measurement technology
- High precision mechanical parts, e.g. ring laser gyroscope bodies
- Reference standards for precision measurement technology and comet probes

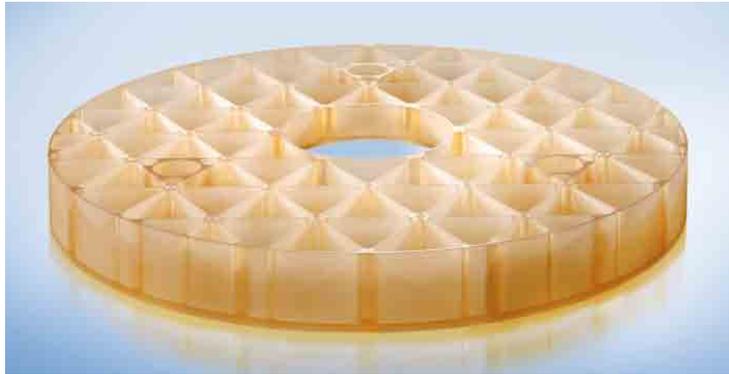
Properties

ZERODUR® is a glass ceramic with an extremely low thermal expansion for demanding applications in which geometrical shape and distance changes must be kept smallest possible under temperature variations.

The key properties of ZERODUR® are:

- Extremely low coefficient of thermal expansion (CTE) for a wide temperature range
- Excellent CTE homogeneity throughout the total volume
- Very low content of imperfections
- Wide range of precise geometrical shapes
- Extremely smooth surface with residual roughness below 1 nm
- Excellent chemical stability

All these properties are realized for small components as well as for astronomy telescope mirror blanks weighing several tons with extraordinary reproducibility.



Extremely low thermal expansion

ZERODUR® is an inorganic glass ceramic with 70 to 78% of high-quartz micro-crystallites 50 to 80 nm in size, embedded in a remaining glassy phase. The micro-crystals contract when they are subjected to heating, whereas the glass itself expands. Size and number of the micro-crystallites are carefully adjusted to achieve an extremely low thermal

expansion. At ambient temperature the net thermal expansion is nearly zero, achieved with an accuracy of down to 0 ± 7 ppb/K. Thanks to the careful temperature processing the thermal expansion of ZERODUR® is extremely homogeneous. About 5 ppb/K CTE homogeneity values have been achieved for 1.5 m class and 4 m class ZERODUR® blanks as well.

Properties	ZERODUR®
Density [g/cm ³]	2.53
Young's Modulus E [GPa]	90.3
Poisson's Ratio μ	0.24
Knoop Hardness [HK 0.1/20]	620
Coefficient of thermal expansion α CTE (0°C; 50°C) [10 ⁻⁶ /K]	0 ± 0.100 (class 2)
	0 ± 0.050 (class 1)
	0 ± 0.020 (class 0)
	0 ± 0.010 (SPECIAL)
	0 ± 0.007 (EXTREME)
ZERODUR® TAILORED	TAILORED ± 0.020 ppm/K Optimized for application temperature profile
CTE (0°C; 50°C) Homogeneity	< 0.01 – 0.03*10 ⁻⁶ /K
Heat Capacity c_p (20°C) [J/(gK)]	0.80
Thermal Conductivity $\lambda_{30^\circ\text{C}}$ [W/(mK)]	1.46
Max. Application Temperature [°C]	600



Advanced Optics
SCHOTT AG
Hattenbergstrasse 10
55122 Mainz
Germany
Phone +49 (0)6131/66-1812
Fax +49 (0)3641/2888-9047
info.optics@schott.com

www.schott.com/advanced_optics

SCHOTT
glass made of ideas

TIE-33 Bending strength of optical glass and ZERODUR®

Table 2 gives the Weibull parameters of all ZERODUR® data sets including the older ones.

Sample	N	N _v	2P σ_c	2P λ	3P β	3P η	3P σ_T	Min	Max
D15A	20	19	132.1	11.1	–	–	–	100.8	155.3
D25	91	86	93.2	11.5	2.16	24.5	67.7	70.7	112.0
D35	20	20	80.2	16.7	–	–	–	67.2	90.5
D64	281	278	63.4	12.7	4.93	28.1	35.1	46.8	78.4
D151	157	157	54.8	30.1	3.04	7.32	47.3	49.1	59.2
D251	20	20	49.8	11.2	–	–	–	36.5	55.0
SiC600	78	75	99.7	9.4	1.91	28.8	69.3	73.7	134.3
SiC320	50	46	67.1	22.0	1.42	7.00	59.4	59.9	76.0
SiC230	20	20	58.7	16.4	6.22	24.9	33.7	48.2	66.0
SiC100	12	12	55.1	19.2	–	–	–	47.2	58.4
D151 E Std 34	148	134	54.4	13.4	6.15	28.0	26.4	38.3	71.0
D151 E Std 83	148	91	280.1	4.55	2.81	199.2	79.9	124.7	405.8
D151 E Std Mod 140	271	96	163.2	4.26	1.65	85.0	73.8	82.6	299.4
D151 E Std 181	148	63	499.3	3.65	n.a.	n.a.	n.a.	134.2	610.6
D151 E Polish 485	50	15	722.7	1.80	n.a.	n.a.	n.a.	117.0	994.2
D64 E Std 73	149	65	304.3	5.28	2.25	161.4	138.5	172.9	486.5
D64 E Std 91	109	39	394.6	3.15	2.55	348.9	45.5	145.9	584.7
Optical Polish	94	93	267.8	6.5	2.45	130.7	134.6	152.3	364.4
D151 ZERODUR® K20	53	52	62.4	23.7	11.89	33.1	29.3	53.5	67.2
SiC 600 at 77K	–	–	192.7	10.7	–	–	–	–	–
Glassy SiC 320	20	20	63.1	17.7	–	–	–	51.92	68.63

N	Total number of specimens
N _v	Number of valid specimens regularly broken
2P σ_c	Characteristic Strength in MPa
2P λ	Weibull slope parameter
3P β	3P Weibull shape parameter
3P η	3P Weibull scale parameter in MPa
3P σ_T	3P Weibull location parameter (threshold stress) in MPa
Min	Minimum value in MPa
Max	Maximum value in MPa

Table 2: Weibull parameters of ZERODUR® samples with different surface preparation. If possible the three parameter Weibull distribution was fitted. Small differences between total and valid number of specimens result from the elimination of outliers. Large differences typical for high strength etched sets come from the removal of specimens broken outside the load ring. E Std means etched with SCHOTT standard acid recipe, E Std mod stands for a modified standard recipe, E Polish for an etching process used for technical glass surface polishing with a very thick layer removed.

→ ← | [Back to index](#)

SCHOTT
glass made of ideas

A. Anhang

A.3.2. Laserdiode

EYP-DFB-0780-00080-1500-TOC03-0000

Revision 1.01

2017-03-02

SINGLE FREQUENCY LASER DIODES Distributed Feedback Laser



General Product Information

Product	Application
780 nm DFB Laser	Spectroscopy
with hermetic 8-Pin TO Package (RoHS compliant)	Metrology
including Monitor Diode, Thermoelectric Cooler and Thermistor	THz Generation



Absolute Maximum Ratings

Parameter	Symbol	Unit	min	typ	max
Storage Temperature	T_S	°C	-40		85
Operational Temperature at Case	T_C	°C	-20		75
Operational Temperature at Laser Chip	T_{LD}	°C	0		50
Forward Current	I_F	mA			200
Reverse Voltage	V_R	V			2
Output Power	P_{opt}	mW			100
TEC Current	I_{TEC}	A			1.8
TEC Voltage	V_{TEC}	V			3.2

Measurement Conditions / Comments

Stress in excess of one of the Absolute Maximum Ratings may damage the laser. Please note that a damaging optical power level may occur although the maximum current is not reached. These are stress ratings only, and functional operation at these or any other conditions beyond those indicated under Recommended Operational Conditions is not implied.

Recommended Operational Conditions

Parameter	Symbol	Unit	min	typ	max
Operational Temperature at Case	T_{case}	°C	-20		65
Operational Temperature at Laser Chip	T_{LD}	°C	5		40
Forward Current	I_F	mA			180
Output Power	P_{opt}	mW	20		80

Measurement Conditions / Comments

measured by integrated Thermistor

Characteristics at $T_{LD} = 25^\circ$ at BOL

Parameter	Symbol	Unit	min	typ	max
Center Wavelength	λ_c	nm	779	780	781
Linewidth (FWHM)	$\Delta\lambda$	MHz		2	
Temperature Coefficient of Wavelength	$d\lambda / dT$	nm / K		0.06	
Current Coefficient of Wavelength	$d\lambda / dI$	nm / mA		0.003	
Sidemode Suppression Ratio	SMSR	dB	30	45	

Measurement Conditions / Comments

see images on page 4

$P_{opt} = 80$ mW

A. Anhang

A.3.3. Fotodiode

Silicon PIN Photodiode
Silizium-PIN-Fotodiode
Version 1.1

BPX 61



Features:

- Suitable up to 125 °C
- Especially suitable for applications from 400 nm to 1100 nm
- Short switching time (typ. 20 ns)
- Hermetically sealed metal package (similar to TO-5)

Applications

- Industrial electronics
- For control and drive circuits
- Photointerrupters
- IR remote control of hi-fi and TV sets, video tape recorders, dimmers, remote controls of various equipment

Besondere Merkmale:

- Geeignet bis 125 °C
- Speziell geeignet für Anwendungen im Bereich von 400 nm bis 1100 nm
- Kurze Schaltzeit (typ. 20 ns)
- Hermetisch dichte Metallbauform (ähnlich TO-5)

Anwendungen

- Industrieelektronik
- Messen / Steuern / Regeln
- Lichtschranken
- IR-Fernsteuerung von Fernseh- und Rundfunkgeräten, Videorecordern, Lichtdimmern, Gerätefernsteuerungen

Ordering Information

Bestellinformation

Type:	Photocurrent	Ordering Code
Typ:	Fotostrom	Bestellnummer
	$E_v = 1000 \text{ lx, Std. Light A, } V_R = 5 \text{ V}$ $I_p [\mu\text{A}]$	
BPX 61	70 (≥ 50)	Q62705P0025

Maximum Ratings ($T_A = 25\text{ °C}$)**Grenzwerte**

Parameter Bezeichnung	Symbol Symbol	Values Werte	Unit Einheit
Operating and storage temperature range Betriebs- und Lagertemperatur	$T_{op}; T_{stg}$	-40 ... 125	°C
Reverse voltage Sperrspannung	V_R	32	V
Total power dissipation Verlustleistung	P_{tot}	250	mW

Characteristics ($T_A = 25\text{ °C}$)**Kennwerte**

Parameter Bezeichnung	Symbol Symbol	Values Werte	Unit Einheit
Spectral sensitivity Fotoempfindlichkeit ($V_R = 5\text{ V}$)	S	70 (≥ 50)	nA/lx
Photocurrent Fotostrom ($E_v = 1000\text{ lx}$, Std. Light A, $V_R = 5\text{ V}$)	I_p	70 (≥ 50)	μA
Wavelength of max. sensitivity Wellenlänge der max. Fotoempfindlichkeit	$\lambda_{S\text{ max}}$	850	nm
Spectral range of sensitivity Spektraler Bereich der Fotoempfindlichkeit	$\lambda_{10\%}$	400 ... 1100	nm
Radiant sensitive area Bestrahlungsempfindliche Fläche	A	7.02	mm^2
Dimensions of radiant sensitive area Abmessung der bestrahlungsempfindlichen Fläche	L x W	2.65 x 2.65	mm x mm
Half angle Halbwinkel	φ	± 55	°
Dark current Dunkelstrom ($V_R = 10\text{ V}$)	I_R	2 (≤ 30)	nA
Spectral sensitivity of the chip Spektrale Fotoempfindlichkeit des Chips ($\lambda = 850\text{ nm}$)	$S_{\lambda\text{ typ}}$	0.62	A / W

A. Anhang

A.3.4. Piezo

Piezoelectric Stack, 150V, 57.5 μm , Two End Plates



PK4FXP2

Description

The PK4FXP2 piezoelectric stack consists of multiple chips which are bonded via epoxy and glass beads. It offers a maximum displacement of $57.5 \mu\text{m} \pm 15\%$. A red wire is attached to the electrode that should receive positive bias, and a black wire is attached to the electrode that should be grounded.

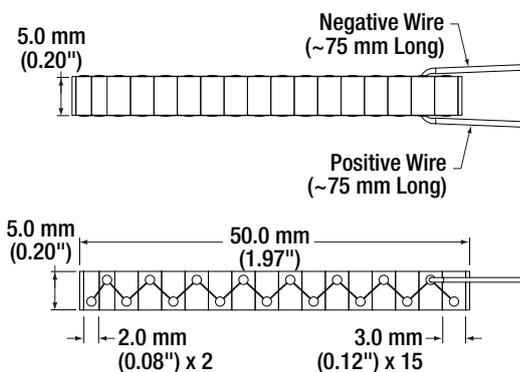
Specifications

PK4FXP2 ^a	
Drive Voltage Range	0 - 150 V
Displacement (Free Stroke) at 150 V	$57.5 \mu\text{m} \pm 15\%$
Hysteresis	<15% (See Graph on Next Page)
Load (Recommended) ^b	400 N (90 lbs)
Blocking Force at 150 V	1000 N (225 lbs)
Resonant Frequency	25 kHz (No Load)
Impedance at Resonant Frequency	110 m Ω
Dissipation Factor	<2.0%
Capacitance	4800 nF $\pm 15\%$
Operating Temperature	-25 to 130 °C
Curie Temperature	230 °C
External Electrodes	Screen-Printed Silver
Outer Dimensions	5.2 mm x 7.1 mm x 50.0 mm
Piezoelectric Dimensional Tolerance	$\pm 0.1 \text{ mm}$



- All specifications are quoted at 25 °C, unless otherwise stated.
- The displacement may vary slightly for different loads, and the maximum displacement occurs when used with the recommended load.

Drawing



A. Anhang

A.3.5. Instrumentenverstärker



**ANALOG
DEVICES**

High Performance, Low Power, Rail-to-Rail Precision Instrumentation Amplifier

Data Sheet

AD8422

FEATURES

- Low power: 330 μ A maximum quiescent current
- Rail-to-rail output
- Low noise and distortion
 - 8 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$ maximum input voltage noise at 1 kHz
 - 0.15 μ V p-p RTI noise ($G = 100$)
 - 0.5 ppm nonlinearity with 2 k Ω load ($G = 1$)
- Excellent ac specifications
 - 80 dB minimum CMRR at 10 kHz ($G = 1$)
 - 2.2 MHz bandwidth ($G = 1$)
- High precision dc performance ([AD8422BRZ](#))
 - 150 dB minimum CMRR ($G = 1000$)
 - 0.04% maximum gain error ($G = 1000$)
 - 0.3 μ V/ $^{\circ}$ C maximum input offset drift
 - 0.5 nA maximum input bias current
- Wide supply range
 - 4.6 V to 36 V single supply
 - ± 2.3 V to ± 18 V dual supply
- Input overvoltage protection: 40 V from opposite supply
- Gain range: 1 to 1000

APPLICATIONS

- Medical instrumentation
- Industrial process controls
- Strain gages
- Transducer interfaces
- Precision data acquisition systems
- Channel-isolated systems
- Portable instrumentation

GENERAL DESCRIPTION

The [AD8422](#) is a high precision, low power, low noise, rail-to-rail instrumentation amplifier that delivers the best performance per unit microampere in the industry. The [AD8422](#) processes signals with ultralow distortion performance that is load independent over its full output range.

The [AD8422](#) is the third generation development of the industry-standard [AD620](#). The [AD8422](#) employs new process technologies and design techniques to achieve higher dynamic range and lower errors than its predecessors, while consuming less than one-third of the power. The [AD8422](#) uses the high performance pinout introduced by the [AD8221](#).

Very low bias current makes the [AD8422](#) error-free with high source impedance, allowing multiple sensors to be multiplexed to the inputs. Low voltage noise and low current noise make the [AD8422](#) an ideal choice for measuring a Wheatstone bridge.

Rev. A [Document Feedback](#)
Information furnished by Analog Devices is believed to be accurate and reliable. However, no responsibility is assumed by Analog Devices for its use, nor for any infringements of patents or other rights of third parties that may result from its use. Specifications subject to change without notice. No license is granted by implication or otherwise under any patent or patent rights of Analog Devices. Trademarks and registered trademarks are the property of their respective owners.

CONNECTION DIAGRAM

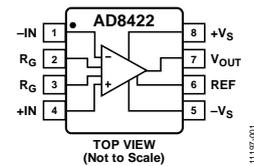


Figure 1. 8-Lead MSOP (RM), 8-Lead SOIC (R)

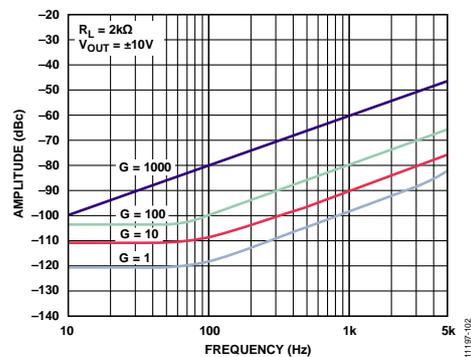


Figure 2. Total Harmonic Distortion vs. Frequency

The wide input range and rail-to-rail output of the [AD8422](#) bring all of the benefits of a high performance in-amp to single-supply applications. Whether using high or low supply voltages, the power savings make the [AD8422](#) an excellent choice for high channel count or power sensitive applications on a very tight error budget.

The [AD8422](#) uses robust input protection that ensures reliability without sacrificing noise performance. The [AD8422](#) has high ESD immunity, and the inputs are protected from continuous voltages up to 40 V from the opposite supply rail.

A single resistor sets the gain from 1 to 1000. The reference pin can be used to apply a precise offset to the output voltage.

The [AD8422](#) is specified from -40° C to $+85^{\circ}$ C and has typical performance curves to 125° C. It is available in 8-lead MSOP and 8-lead SOIC packages.

One Technology Way, P.O. Box 9106, Norwood, MA 02062-9106, U.S.A.
Tel: 781.329.4700 ©2013–2015 Analog Devices, Inc. All rights reserved.
Technical Support www.analog.com

THEORY OF OPERATION

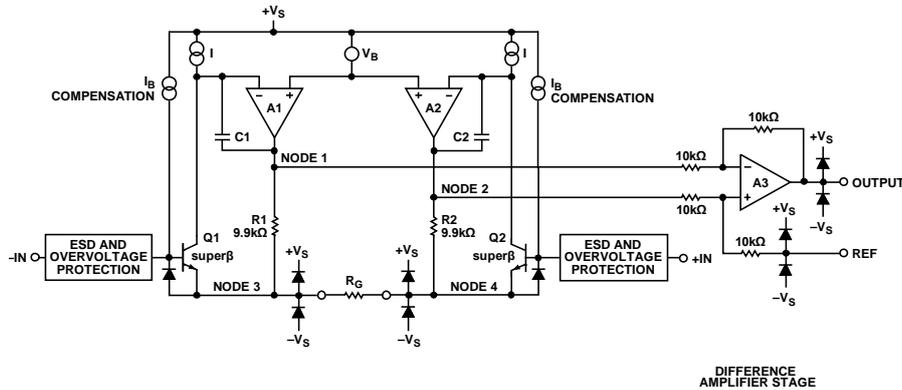


Figure 55. Simplified Schematic

ARCHITECTURE

The AD8422 is based on the classic 3-op-amp instrumentation amplifier topology. This topology has two stages: a preamplifier to provide differential amplification followed by a difference amplifier that removes the common-mode voltage. Figure 55 shows a simplified schematic of the AD8422.

Topologically, Q1, A1, R1 and Q2, A2, R2 can be viewed as precision current feedback amplifiers that maintain a fixed current in the emitters of Q1 and Q2. Any change in the input signal forces the output voltages of A1 and A2 to change accordingly and maintain the Q1 and Q2 current at the correct value. This causes a precise diode drop from -IN and +IN to Node 3 and Node 4, respectively, so that the differential signal applied to the inputs is replicated across the RG pins. Any current through RG must also flow through R1 and R2, creating the gained differential voltage between Node 1 and Node 2.

The amplified differential signal and the common-mode signal are applied to a difference amplifier that rejects the common-mode voltage but preserves the amplified differential voltage.

Laser-trimmed resistors allow for a highly accurate in-amp with a gain error of less than 0.01% and a CMRR that exceeds 94 dB ($G = 1$). The supply current is precisely trimmed to reduce uncertainties due to part-to-part variations in power dissipation and noise. The high performance pinout and special attention to design and layout allow for high CMRR across a wide frequency and temperature range. Using superbeta input transistors and bias current compensation, the AD8422 offers extremely high input impedance and low bias current, as well as very low voltage noise while using only 300 μ A supply current. The overvoltage protection scheme allows the input to go 40 V from the opposite rail at all gains without compromising the noise performance.

The transfer function of the AD8422 is

$$V_{OUT} = G \times (V_{IN+} - V_{IN-}) + V_{REF}$$

where:

$$G = 1 + \frac{19.8 \text{ k}\Omega}{R_G}$$

GAIN SELECTION

Placing a resistor across the RG terminals sets the gain of the AD8422 that can be calculated by referring to Table 6 or by using the following gain equation:

$$R_G = \frac{19.8 \text{ k}\Omega}{G - 1}$$

The AD8422 defaults to $G = 1$ when no gain resistor is used. Add the tolerance and gain drift of the RG resistor to the specifications of the AD8422 to determine the total gain accuracy of the system. When the gain resistor is not used, gain error and gain drift are minimal.

Table 6. Gains Achieved Using 1% Resistors

1% Standard Table Value of R_G (Ω)	Calculated Gain
19.6 k	2.010
4.99 k	4.968
2.21 k	9.959
1.05 k	19.86
402	50.25
200	100.0
100	199.0
39.2	506.1
20	991.0

Literaturverzeichnis

- [1] M. Lezius, T. Wilken, C. Deutsch, M. Giunta, O. Mandel, A. Thaller, V. Schkolnik, M. Schiemangk, A. Dinkelaker, A. Kohfeldt, A. Wicht, M. Krutzik, A. Peters, O. Hellmig, H. Duncker, K. Sengstock, P. Windpassinger, K. Lampmann, T. Hülsing, T. W. Hänsch und R. Holzwarth; „Space-borne frequency comb metrology“; *Optica*, Vol. 3, No. 12, Dezember 2016
- [2] A. N. Dinkelaker, M. Schiemangk, V. Schkolnik, A. Kenyon, K. Lampmann, A. Wenzlawski, P. Windpassinger, O. Hellmig, T. Wendrich, E. M. Rasel, M. Giunta, C. Deutsch, C. Kürbis, R. Smol, A. Wicht, M. Krutzik und A. Peters; „Autonomous frequency stabilization of two extended cavity diode lasers at the potassium wavelength on a sounding rocket“; *Applied Optics* 56, 2017
- [3] D. Becker, M. D. Lachmann, S. T. Seidel, H. Ahlers, A. N. Dinkelaker, J. Grosse, O. Hellmig, H. Müntinga, V. Schkolnik, T. Wendrich, A. Wenzlawski, B. Weps, R. Corgier, T. Franz, N. Gaaloul, W. Herr, D. Lüdtke, M. Popp, S. Amri, H. Duncker, M. Erbe, A. Kohfeldt, A. Kubelka-Lange, C. Braxmaier, E. Charon, W. Ertmer, M. Krutzik, C. Lämmerzahl, A. Peters, W. P. Schleich, K. Sengstock, R. Walser, A. Wicht, P. Windpassinger und E. M. Rasel; „Space-borne Bose-Einstein condensation for precision interferometry“; *Nature* 562, 2018
- [4] M. Warner, J. Grosse, L. Wörner, E. Rasel, W. Schleich, C. Braxmaier und das BECCAL-Team; „On the design of BECCAL – a quantum optics experiment aboard the ISS“; 69th International Astronautical Congress (IAC), Bremen, Germany, 1-5 October 2018
- [5] „Handbook of Optical Dimensional Metrology“, herausgegeben von Kevin Harding; Teil 2, Kapitel 4, „Displacement Measuring Interferometry“, von Vivek G. Badami und Peter J. de Groot; Taylor & Francis, CRC Press, 2013
- [6] T. Schuldt, M. Gohlke, R. Spannagel, S. Ressel, D. Weise, U. Johann & C. Braxmaier; „Sub-Nanometer Heterodyne Interferometry and Its Application in Dilatometry and Industrial Metrology“; *International Journal of Optomechanics* 3, 2009
- [7] Wolfgang Demtröder, „Experimentalphysik 1, Mechanik und Wärme“, 7. Auflage 2015, Springer Spektrum Verlag
- [8] Andreas Öchsner, „Theorie der Balkenbiegung, Einführung und Modellierung der statischen Verformung und Beanspruchung“, 2016, Springer Vieweg Verlag
- [9] Comsol Multiphysics, “The Finite Element Method (FEM)”, <https://www.comsol.de/multiphysics/finite-element-method>, (01.10.2018)

Literaturverzeichnis

- [10] Comsol Multiphysics, “An Introduction to Structural Mechanics”, <https://www.comsol.de/multiphysics/an-introduction-to-structural-mechanics>, (01.10.2018)
- [11] Steffen Funk und Wilfried Gawehn, „FINITE ELEMENTE METHODE, FEM-Grundlagen zur Statik und Dynamik“, 3. Auflage November 2015 - Erweiterung Februar 2017
- [12] Wolfgang Demtröder, „Laserspektroskopie 2, Experimentelle Techniken“, 6. Auflage 2013, Springer Spektrum Verlag
- [13] Wolfgang Demtröder, „Experimentalphysik 2, Elektrizität und Optik“, 6. Auflage 2013, Springer Spektrum Verlag
- [14] Wolfgang Demtröder, „Laserspektroskopie 1, Grundlagen“, 6. Auflage 2011, Springer Verlag
- [15] Burster Präzisionsmesstechnik GmbH & Co KG, „Kraftaufnehmer auf Basis von Dehnungsmessstreifen (DMS)“, <https://www.mts.ch/produkte-messtechnik-schaffhausen-gmbh/kraftsensoren/kraftsensoren.html/60>, (01.10.2018)

B. Danksagung

Ich möchte hiermit allen Menschen danken, die mich beim Schreiben meiner Masterarbeit unterstützt haben und ohne die ihre Realisierung nicht möglich gewesen wäre. Mein besonderer Dank geht an Herrn Prof. Dr. Patrick Windpassinger, der es mir ermöglicht hat meine Masterarbeit in seiner Forschungsgruppe „Experimentelle Quantenoptik und Quanteninformation“ der Arbeitsgruppe QUANTUM zu schreiben und der mir wertvolle Ratschläge zur Betrachtung der physikalischen Zusammenhänge gab. Darüber hinaus danke ich Herrn Prof. Dr. Klaus Wendt, der sich als Zweitgutachter für meine Arbeit bereit erklärte.

Jean Pierre Marburger, Dr. André Wenzlawski und Moritz Mihm danke ich für die Beratung und Hilfe bei der Durchführung meiner Arbeit, sowie allen anderen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern der Forschungsgruppe, von denen jeder bereit war mir bei Fragen zu helfen. Ich bedanke mich bei dem Leiter der mechanischen Werkstatt der Johannes Gutenberg-Universität Mainz Herrn Felzer und seinen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern für die Fertigung der Komponenten der Vorrichtung zur Kraftübertragung. Mein Dank gilt auch Dr. Ortwin Hellmig und der Werkstatt der Universität Hamburg für die Herstellung der ZERODUR-Platten.

Ich danke meinem Vater Oswald Korn, der wichtige Teile für die einseitige Einspannung in seiner Werkstatt gefertigt hat, welche noch für spätere Messungen verwendet werden können. Schließlich möchte ich mich noch bei meiner Schwester Rebecca Kirsch für das Korrekturlesen des Textes bedanken.